

岩体中节理面、软弱夹层等的 力学性质和模拟分析方法(-)

中国科学院武汉岩体土力学研究所 葛修润

The Mechanical Behaviors and Analog Analytical Method of Joints and Weak Intercalations in Rock Mass

Ge Xiu-run

Institute of Rock and Soil Mechanics, Academia Sinica
Wuhan, China

ABSTRACT

In this paper, the mechanical behaviors of rock joints and intercalations etc. are described. According to the field results of the shear tests, several basic types of shear displacement are discussed and classified. Based on the nonlinear properties of these weak planes, the analytical models and methods of nonlinear analysis are given, with the analytical models and methods suggested in this paper, the influence of normal stress on the shear deformation may be considered. It also can be applied to the complicated conditions of loading-unloading-reloadings. The non-linear properties of normal deformation in intercalation, ultimate compression and the problems of the weak plane's reclosing after opening can be handled simultaneously. The same analytical method is also acceptable to the shear deformation

properties of various types only by choosing different parameters. With this analytical method, analogic calculations for the in-situ weak-plane shear tests are made and the results are well checked by the field test curves. This method has been used in some practical engineering problems.

一、前言

岩体中的软弱结构面、特别是软弱夹层和软弱的节理面以及基岩和建筑物的结合面或称界面（以下对这些面简称为弱面）对于水工建筑物的抗滑稳定，天然或人工岩石边坡和地下洞库的稳定性常常起控制作用。据不完全统计，我国已建成或正在设计施工的大坝坝基，约三分之二涉及到软弱夹层问题。世界上有关水工建筑物失事的例子中究其原因，不少是由于基岩内沿软弱夹层、或软弱岩层发生位移量很大的滑动所导致的。软弱结构面往往是岩体中相对薄弱的面，岩体的应力分布、变形和破坏与这些弱面的展布和组合情况和力学性质密切相关。因此对岩体中的节理面、软弱夹层、层面等作出定量的分析和评价无论是对于岩体的基本力学性质的研究还是对于岩体工程稳定分析而言都具有十分重要的意义。

国内外都很重视关于软弱夹层、砗与基岩的结合面，和节理面等的野外和室内的试验研究。开展得特别多的是用直剪试验和三轴试验测定这些弱面的剪强指标，为工程设计提供数据和资料。国内不少单位在弱面剪切试验方面曾开展了许多研究工作，积累了丰富的资料。

随着有限单元分析法在岩体力学课题中的应用日益深化，如何较合理地在分析计算中去模拟这些弱面就成为很迫切的课题。对于规模比较大的弱面在分析计算中已经出现了例如“杆件单元”，“节理单元”[1]以及其他一些模拟方法。[2]，[3]，[4]为了使分析更加符合实际、模拟弱面的力学非线性性质极为必要。本文以节理单元为基础提出了非线性分析的计算模型，重点讨论了分析方法，给出了计算公式和实际算例。目前在岩石的非线性分析方面的文献虽然比较多[5]，[6]，[7]，[8]，[9]，但也不是很成熟的。本文建议的弱面的非线性分析方法是建立在对弱面的力学性质的合理描述，分类及概括的基础上。由于水平有限肯定是很不成熟的。在论述非线性分析法之前，将对弱面的力学性质作出我们自己的评述和分类。

二、岩体节理面、软弱夹层等的力学特性及分类

根据现场和室内试验资料，我们概述如下七个方面的性质，它们应该构成我们力学非线性分析方法的依据和基础。

（一）在法向应力恒定情况下弱面的剪切变形特性：

直接剪切试验中得到的剪应力 τ 与弱面相对剪切位移 U 的关系曲线（简称为剪切位移曲线）描述了这一特性，但是软弱夹层的厚度、组成成分、节理面的充填情况、充填物的组成、节理面的平整度、主剪面邻近处其他节理裂隙的影响，以及节理裂隙两壁岩石的性质等等都直接影响剪切位移曲线，并导致不同类型的剪切破坏方式，例如有的沿予想的比较平整的剪切面剪断，有的剪断破坏则在试体基岩深部多组节理裂隙组合而成的复合剪断面上发生，也有的试体剪断时基本上沿予想剪断面破坏，但剪断面呈参差不齐的状态等等，那种

“深部剪切滑动”的状态，可看作是几组弱面剪切和岩石的剪断的复合的结果，因此我们将单个弱面的剪应力—位移曲线归结为四种类型：

1. 线性剪切型曲线（图 1, a）
2. 非线性剪切型曲线（图 1, b）
3. 线性剪断型曲线（图 1, c）
4. 非线性剪断型曲线（图 1, d 和 e）

当剪断面不甚平整，剪切面两壁胶合或嵌合情况比较突出、随着剪切位移之增长往往发生多次局部剪断，其剪切位移曲线具有如图 1、e 型式，也称之为非线性剪断型。

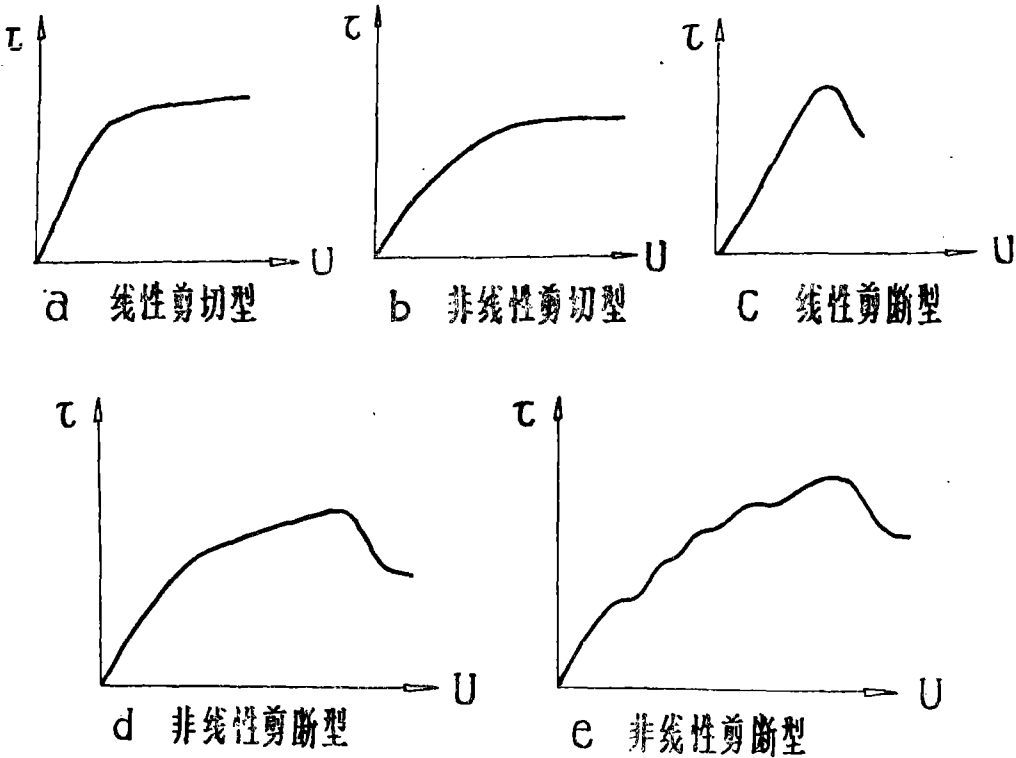


图 1 弱面剪切位移曲线分类

上述分类的原则是明显的，“型”代表其破坏方式，而“性”代表破坏前剪应力与剪切位移之特性。

对于剪切位移曲线的某些特征点示意地绘在图 2 上。

在低应力阶段，有无这个“A”点，视弱面性质而定，有的甚至于发生在低应力阶段测

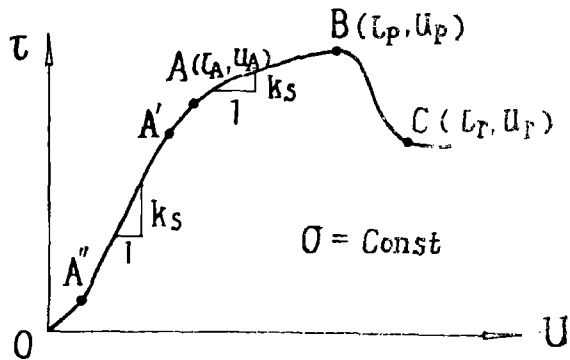


图 2 剪切位移曲线的特征点

不到剪切位移的情况，即A'点落在 τ 座标轴上。因此对于这一特征点我们暂时予以忽略，在A点以下剪应力与位移基本成线性关系，在此段内剪切刚度系数 k_s 可视为常数。有些文献中认为可区分出两个点即A'点和A点，把A点称为屈服极限，A'点称为比例极限等等，但是这种区分往往没有明显的标志。过A点后，随着剪应力 τ 之增加，剪切位移量明显增加， k_s 值变小。到B点时剪应力达到峰值（ τ_p, U_p ），整个弱面被剪断了，由A点到B点的过程，从某种意义上来说亦可视为渐进破坏的过程，剪断后的弱面常常具有残余强度值（或称之为终值）即C点（ τ_r, U_r ），在这里所指的残余强度值是指剪断后的弱面尚具有一定的抗剪能力，例如在剪断试验后再作摩擦试验时所得到的抗剪强度值。

如果说在剪切试验中峰值强度与残余强度值有显著之差别，这种破坏带有脆性破坏之特点，我们称之为“剪断型”。反之， τ_p 与 τ_r 相差很小，可以忽略，或者没有明显的剪断特征，即当增加一极微小的 $\Delta\tau$ 时，而剪切位移大幅度增长时，这种破坏具有明显的塑性破坏的特征，对这一类型我们称之为“剪切型”。

如果在弱面剪坏之前，有明显的拐点A，而且 τ_A, τ_p 相差很大，A点前后的 k 值亦有显著之差异，或者是在整个剪切过程根本就找不出线性段，整个剪切位移曲线呈曲线状，那么我们称之为“非线性”。反之的情况，可简化为“线性”情况处理。

图3——图6中所给出的野外试验所得的 $\tau-U$ 曲线分别相当于前述的四种基本类型。

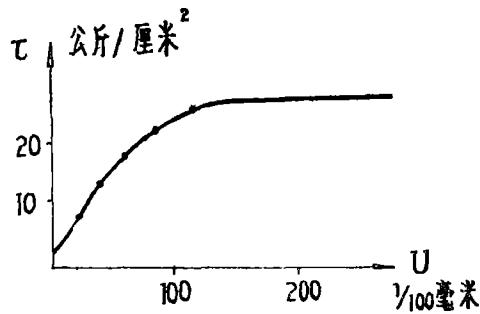


图3 某地条带状大理石中充填物为白色方解面夹层摩擦试验时的剪切位移曲线

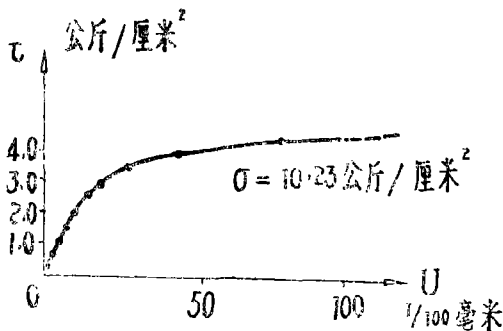


图4 某地破碎夹泥层的剪切位移曲线

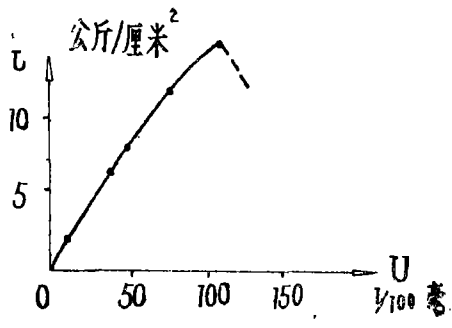


图5 某地粘土质粉砂岩与砼胶结石的剪切位移曲线

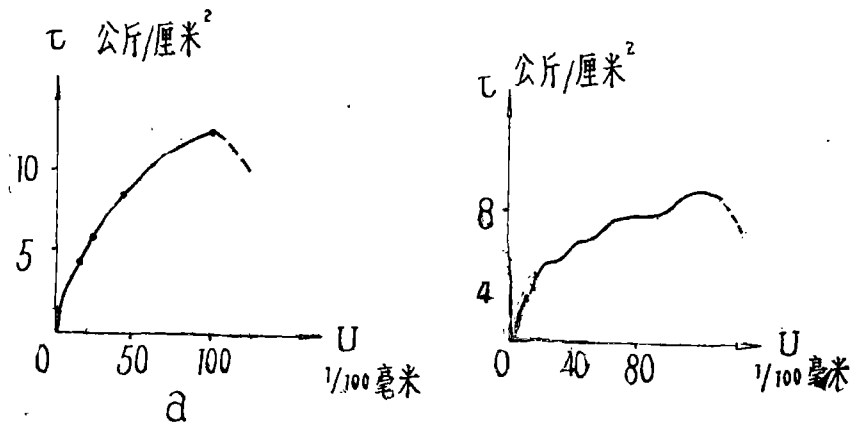


图6 某地粘土质粉砂岩与砼胶结石的剪切位移曲线

弱面的剪切变形特性和强度特性与剪切方向有关。例如具有明显擦痕时，顺擦痕还是逆擦痕，其剪切性能是有差异的。所以在平面课题中一个弱面的受剪方式应区分两种情况，即左剪和右剪（图7）。并可分别予以不同的特性，但在许多场合，为了简化，常将“左”“右”剪的力学特性认为是相同的。

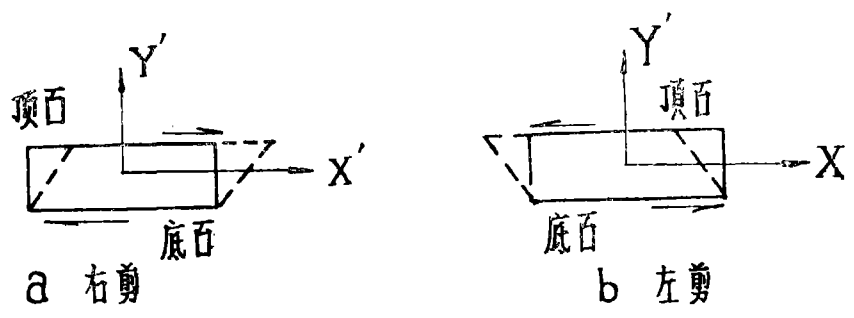


图7 “左”“右”剪示意图

当认为左右剪切特性相同时，考虑具有初始应力时，弱面的双向剪切位移曲线可由单向的剪切位移曲线经适当延拓而得到，例如对于线性剪断型的弱面其双向剪切位移曲线如图 8 所示。

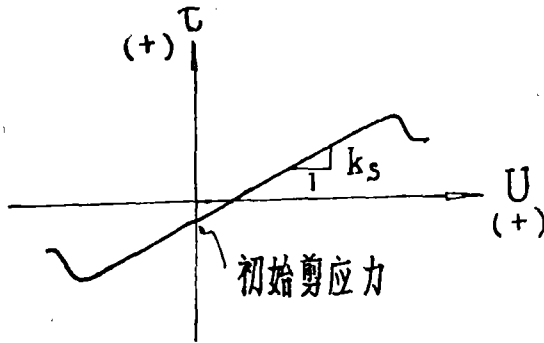
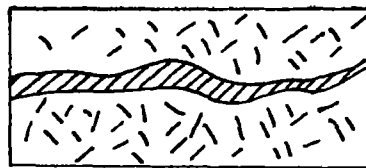


图 8 有初始剪应力时 $\tau-u$ 线

(二)、在法向应力作用下弱面的法向变形特性

作用在弱面上的法向应力 σ 与弱面的法向相对变形 V 的关系并不是线性的，其法向刚度系数 k_n 不是常数，弱面不能承受拉应力或者只能承受很小的拉应力，弱面受拉脱开后其法向刚度系数为零，受压时对于节理面、软弱夹层等都存在一个极限压密问题。理想化的节理面为如图 9、a 所示，当压应力量值很小时， σ 与 V 的关系可近似地看作为成线性关系，随着压应力之增加，软弱夹层或节理中充填物逐步被压密， k_n 值随之增大，由于软弱夹层或充填物不能被挤走，或者夹层（或节理裂隙）两壁岩石表面相接触时，则压密量就趋向于极限，其法向刚度系数亦趋向一个很大的量值。对于未充填的节理面等也存在极限压密问题，当压应力小时，两壁接触时只有少数接触点，随着压应力之增加，接触点之压碎，接触面积随之增加，法向刚度系数亦将随之急剧趋向极限，考虑极限压密和初始应力状态时，对于具有抗拉能力和无抗拉能力的弱面的 $\sigma \sim V$ 的关系曲线可概括为图 9、c 和 b 所示的形式。



a 弱面示意图

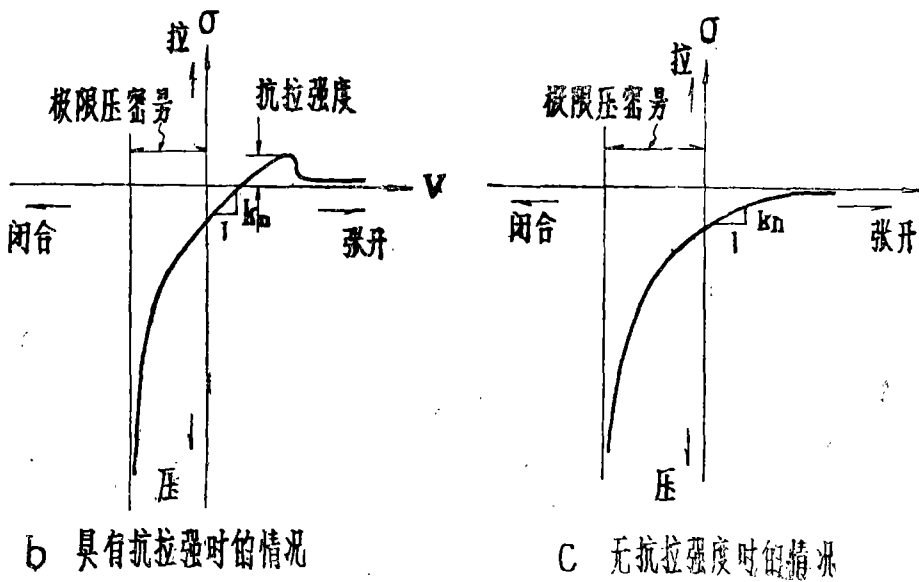


图9 弱压法向变形特性示意图

(三) 剪切膨胀特性

许多岩石临近或发生剪切破坏时要发生膨胀，这已是众所周知的事实，某地大理岩岩体野外剪切试验时实测的剪应力 τ 与剪切位移 U 和试体的垂直位移 V 的曲线（图10）可以作为反映这种规律性的一个实例，人们常利用岩石 $\tau-V$ 曲线的拐点来确定 $\tau-u$ 曲线上的特征点。

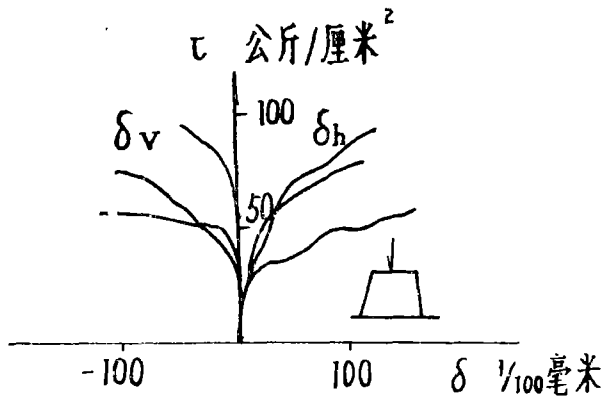


图10 某地大理岩试体 $\tau-\delta_v$, $\tau-\delta_h$ 曲线

节理面、软弱夹层等受剪破坏时也常常有剪胀现象。

节理面或软弱夹层两壁不可能是十分光滑的，剪切面也不可能是很平整的，因此在法向应力作用下沿具有一定粗糙度的裂面剪切时产生膨胀也是岩体中弱面的一个重要特性。

图11、给出了某地大理岩夹层面剪切试验时实测的 $u-v$ 关系曲线。

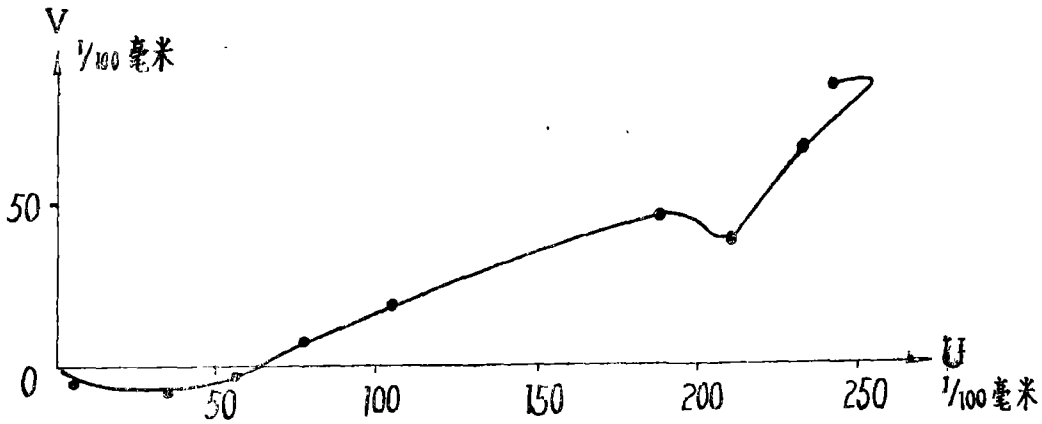


图 11 某地大理岩夹层面剪切试验实测 $U-v$ 曲线

这种剪切膨胀是弱面受剪切时，随着实质性的破坏开始伴随而生的，一般说来在图 2 上过 A 点后剪切膨胀就逐步明显，在整个弱面被剪断时更为剧烈，可以这么说剪胀之发生和加剧也是弱面发生破坏的一种标志，但剪胀特性在不同的约束条件下有不同的反映，当变位受到限制的情况下，这种剪胀特性将使裂面的剪切强度提高，这对于洞室围岩稳定性的合理分析是极为重要的。

从变形的机制来说，这种特性可以理解为剪切时的法向变形与切向变形有耦合的关系，称之为耦合变形。

在某些特殊情况下，随着剪切变形之增加也可能发生收缩的情况，也有一些作者将这种膨胀和收缩的情况来作为节理模型的分类，如美国的古德曼将节理分为无胀缩的、双膨胀的、双收缩以及一向膨胀、一向收缩等等类型^[10]。日本的饭田则把存在于岩体内的节理和龟裂的状态设想为疏松或固结的状态，因此在初期时发生收缩而接近破坏时发生膨胀。

但是总的说来，现实的节理面软弱夹层等在临近和发生剪切破坏时，我们认为将其看作为具有膨胀性是适宜的，这为试验所证实。

这种剪胀性质在剪切试验中由于控制的加荷和边界条件的不同也得出不同的表现^[11]。对于保持法向荷载为常量的试验方式（图12中的情况A）和限制法向变形的试验方式（图12中的情况B）所得的 $V-U$ 曲线（图12, a）， $\sigma-U$ 曲线（图12, b）以及 $\tau-U$ 曲线（图12, c）都是不同的。

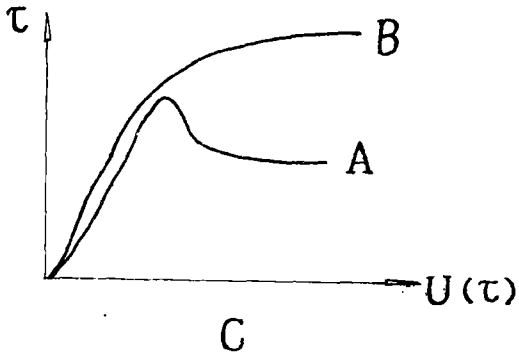
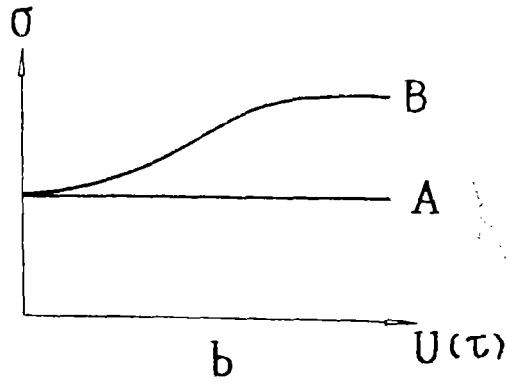
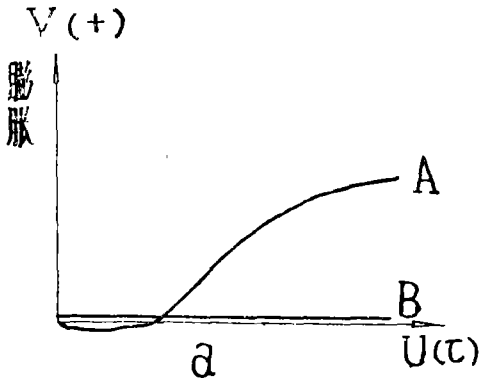


图 12 不同试验条件下的剪胀效应

a, b, c 三个图中 A — 法向荷载是常数
B — 法向变位受限制

(四)、法向应力对弱面剪切刚度的影响

从一组剪切试验可以得到一族对应于不同的法向应力的剪切位移曲线、具有规律性的是法向应力愈大，则剪切位移曲线初始段的切向刚度系数 k_s 值亦愈大。

湖南某地泥化板岩剪切试验的曲线见图13。

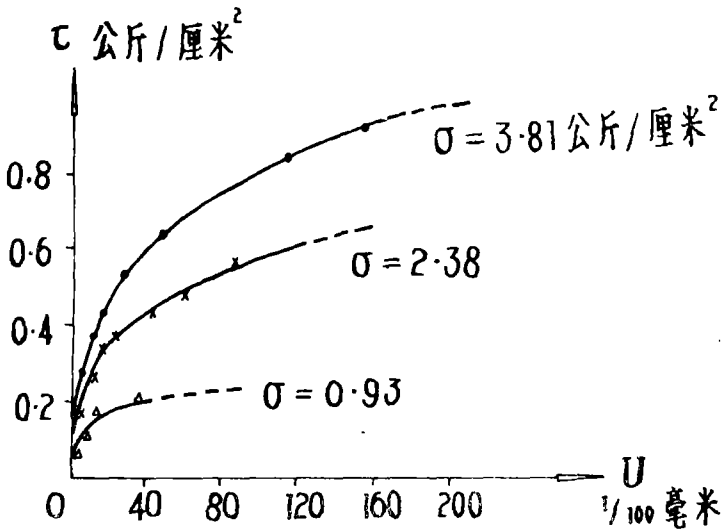


图13 湖南泥化板岩的剪切位移曲线族

也有这样的情况，即当 σ 不同时，各剪切位移曲线初始段的斜率值接近一致甚至可忽略其差异。

法向应力的影响程度与弱面本身以及弱面两壁岩石的性质有关，对于软弱夹层，未胶结的节理面等，法向应力的影响比较严重，对于基岩与砧的胶结面，或者是胶结良好，刚性比较大的节理面法向应力的影响要小一些，由于地质因素，即夹层和岩体的不均质性、节理面的闭合胶结情况等以及开挖掘备试体的情况往往不尽相同，故即便就同一组试体的试验结果来说从总体看具有上述的规律性。但是也往往会出现某些反常现象，因此在模拟其法向应力对剪切刚度的影响时，对整个试验曲线族作合理的修正和简化不仅容许，也是必要的。

对于法向应力对剪切位移曲线初始段斜率影响不显著的情况，可以将曲线族简化为所谓等刚度模型（图14a、b）。

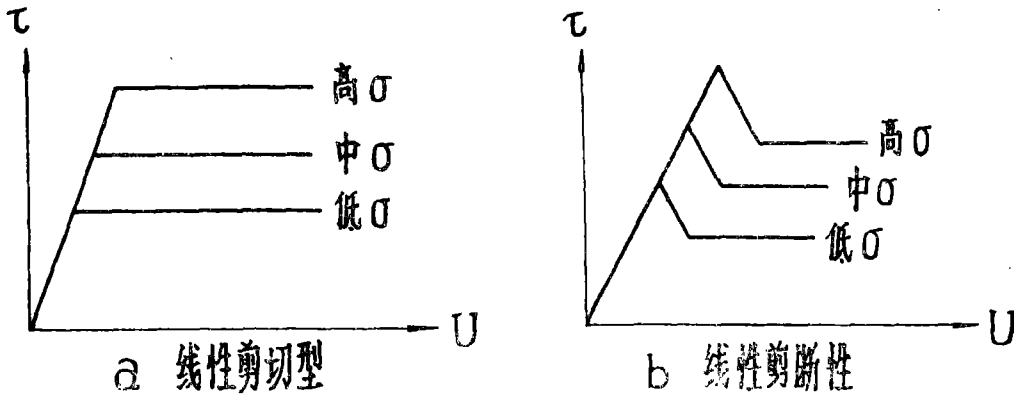


图14 剪切位移曲线的等刚度模型

考虑法向应力的影响，有人亦提出过所谓“等峰值位移模型”^[11]。但据本文作者看来，实际情况是复杂的，在图15中，我们举出在某同一个工地所作的几组试验，其中有当法向应力愈大，峰值位移愈大的情况（图15、a），亦有当法向应力小而峰值位移反而比较大的情况（图15、b）。图15、c所列举的一组试验则是在不同的法向应力时峰值位移比较接近。我们认为原则上应该参照实验所得的剪切位移曲线族加以适当的合理的简化和调整，并定出相应的模型和模拟方法。

（五）、反复加荷，退荷条件下弱面的剪切特性

法向应力维持常值，而剪应力单调增长时弱面剪切位移曲线已如前述。但考虑到节理，岩石的力学非线性性质，以及工程中所遇到加荷方式常常是一种反复加荷——退荷过程，因此适当考虑复杂加荷时的情况所作的分析比起按简单加荷方式所作出的分析结果更符合实际。

对节理面等在复杂加荷下的剪切特性，无论是室内还是野外，研究得都是很不充分的。从已取得的一些结果来看，如下几点是值得注意并应在分析中予以考虑：

1. 弱面剪断前的剪切位移曲线与剪断后的摩擦试验的剪切位移曲线常有很大差异，因此应将弱面剪断前的剪切变形特性与剪断后的剪切变形特性区别开来，并采用不同的变形指标

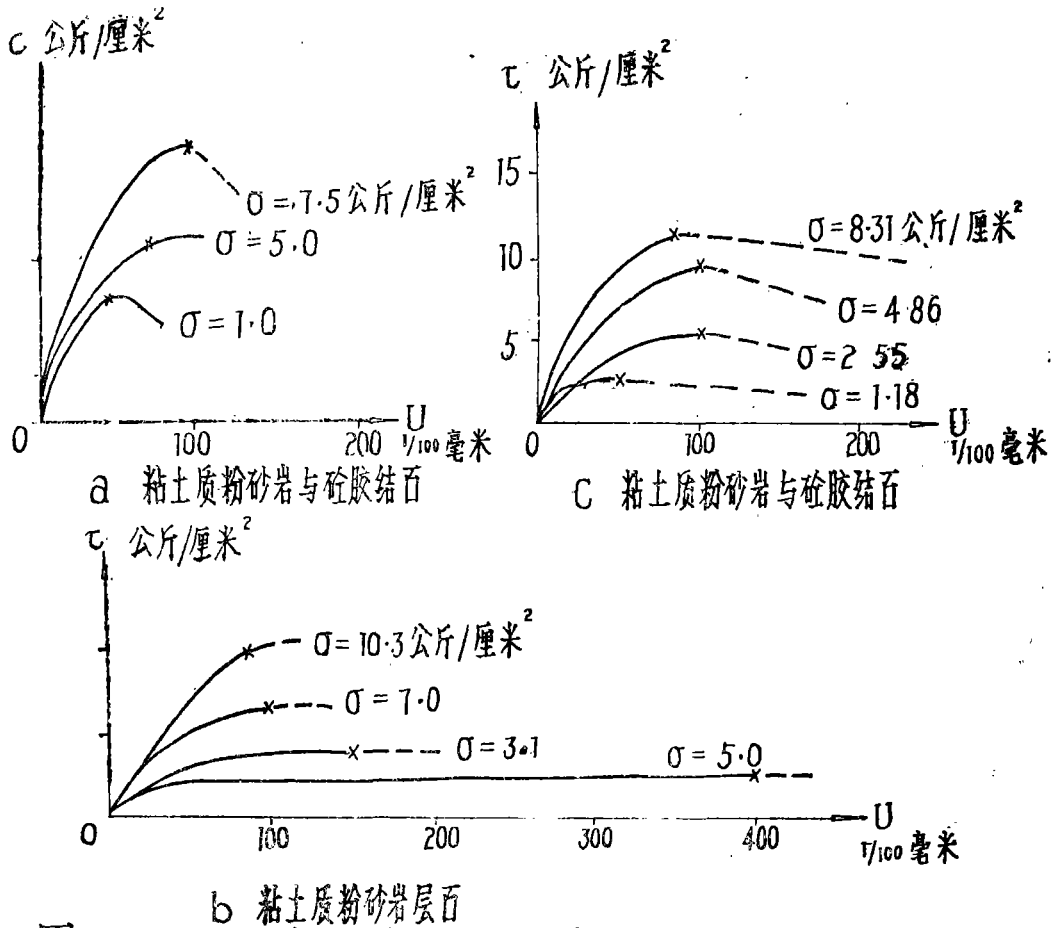


图 15 $\tau-U$ 曲线峰值位移与法向应力的关系 (X—峰值点)

来描述，如果说剪断前线性段的切向刚度系数为 k_s ，则可用 k_{SR} 记剪断后摩擦试验剪切位移曲线线性段的切向刚度系数，一般说来 $k_{SR} < k_s$ 。

2. 弱面剪切时，伴随有不可逆的塑性变形，过 A 点后（图 2）塑性的剪切位移是不可忽略的，常常占整个剪切位移的主要部分。因此过 A 点后的退荷线的斜率值与单调加荷的斜率值有明显差异，前者初始时常有一垂直下降段然后以较陡的斜率下降，再加荷时基本按退荷时的斜率回升，形成一滞环，反复次数愈多滞环愈小。

3. 退荷后再加荷时，当剪应力超过原先达到过的最大剪应力后如再继续加荷，则此阶段的剪切位移曲线又可近似地与单调加荷时的曲线相类似。

从某地“单点法”试验所作的剪切位移曲线（图 16）可看出反复加荷——退荷时的一些情景，当然这一曲线在各个区段上所对应的法向应力是不同的。

根据上面的分析，将退荷时的剪切特性可近似看作是弹性的，其值在计算中可近似地认为与单调加荷时剪切位移曲线的初始段（A 点以下）的 k_s 值相接近。

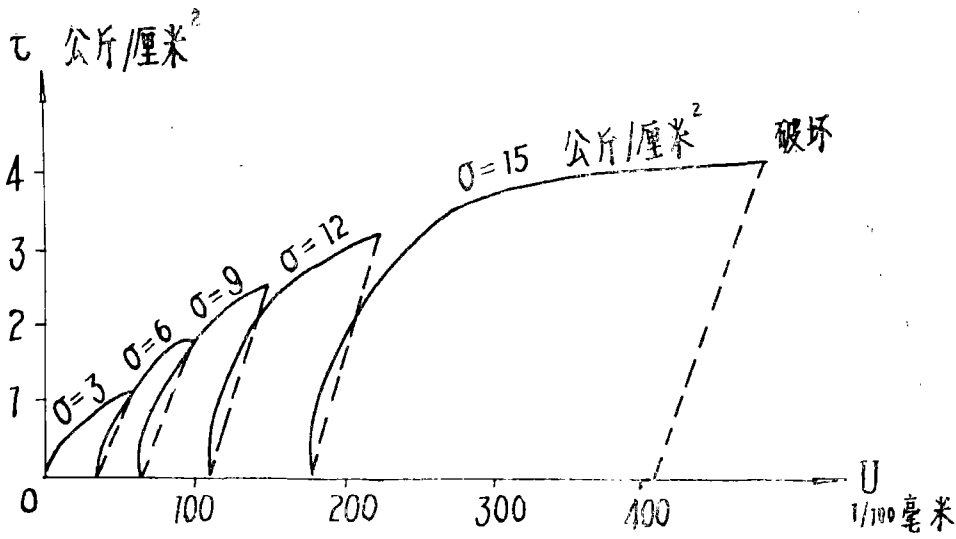


图16 某地砂岩和粘土岩界面（泥化单点法试验 τ - U 曲线）

（六）、岩体中节理面、软弱夹层等的剪切强度特性

弱面的抗剪能力与作用在它上面的法向应力值有关。将一组剪切位移曲线的剪应力峰值点（ τ_P , σ_P ）绘制在 τ 和 σ 为座标的图上按库伦强度理论就构成了弱面的峰值抗剪强度曲线，对应其残余强度点（或称终值强度点）亦可得出残余强度曲线。对于所谓的“比例极限”“屈服极限”亦可定出其相应的强度线。

影响弱面剪切强度的因素很多。可列出一些主要的因素，例如：节理裂隙面两壁的形态和粗糙度，接触、咬合或胶结的情况，节理裂隙的充填物、破碎结构物的类型、组成成分，软弱夹层的充填情况、成分、厚度等等。除了弱面本身的性状之外，试体的大小，试样制备方式，试验方式（如直剪，三轴等），加荷方式和边界条件等都对剪切强度的试验结果产生直接的影响。对泥化夹层作剪切试验时，泥化夹层的饱水、排水、固结、加荷速率以及充填物之被挤出等等也是应予以充分考虑的因素，为了研究节理裂隙或软弱夹层中充填物对于抗剪强度的影响，也有开展模拟试验研究的。[12]

作用在弱面上的法向应力 σ 在比较大的范围内变化时所得出的抗剪强度线常常不呈线性，岩石的剪切强度线亦是如此。因此对于这种强度曲线的描述方法有过种种不同的论述，例如有的简化为线性处理——即用库伦强度公式来描述；有的简化为双直线性曲线[13]；有的用一经验公式来描述[14]；亦有的认为可用抛物线来模拟它；亦有的将强度看作为由一直线和一曲线段所组成[15]等等。

这些描述方法对于弱面强度曲线的描述具有借鉴的意义，但是对于节理面剪切强度还应考虑摩擦、膨胀、嵌合等综合效应，也有人曾经建议过一种峰值强度方程式[16]。对于复合剪切面的剪切强度特性以及考虑节理面夹杂的破碎结构物滚动效应的强度特性的研究也受到了重视。

岩体中节理面、软弱夹层以及界面的抗剪强度曲线当法向应力很大时逐步接近水平。但是我们认为当法向应力较小即在一般工程中实际所遇到的法向应力值的范围内，这一段抗剪强度曲线可近似地看作为是线性的（但当 σ 为拉应力时，可按抗拉问题处理，因此这一段也

应除外)用库伦强度公式来描绘它还是可取的。大量的野外和室内试验结果表明这样的简化有足够依据,对于分析计算的结果引起的误差亦不严重。

图17给出了某地大理岩中的夹层面(充填物为结晶的方解石)的摩擦试验的强度线,其线性是良好的,对于比较软的夹层或泥化面的抗剪断强度曲线的一些实例可参看图18。

一般说来,界面、粗糙和非闭合的以及咬结良好、刚性大、剪强高的弱面与比较平整的节理面、软弱夹层等的试验结果相比较,其对于线性描述的离散度要大一些。

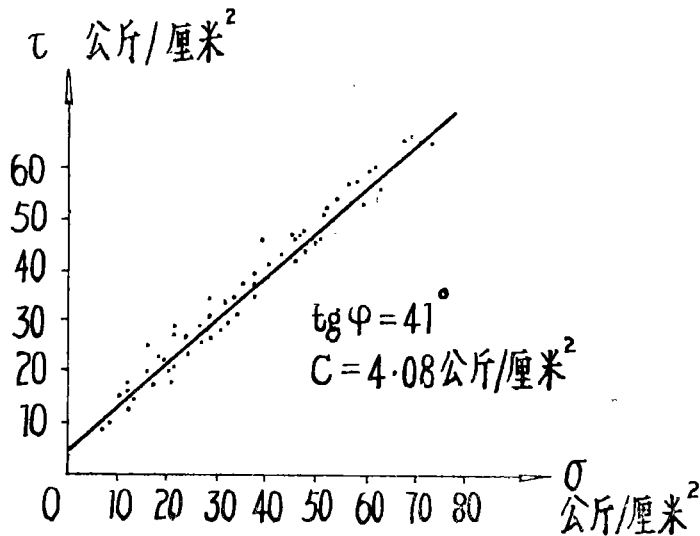


图17 某地大理岩夹层面(充填物为方解石)的摩擦试验强度线

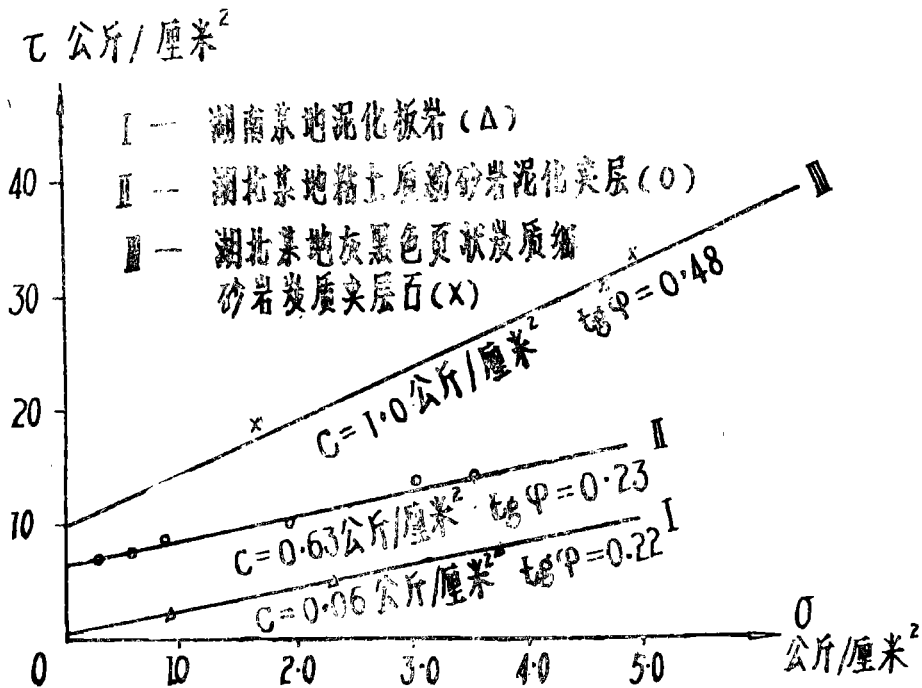


图18 软弱夹层面的抗剪断强度线

(七)、岩体中节理面、软弱夹层的流变性质

岩体中节理面，软弱夹层普遍具有流变性质，其性状愈软弱，其流变性质则愈显著，弱面随时间的变形性能对于使用年限长的重大工程确是十分重要的问题，在评定工程的稳定性时是一个应予以充分考虑的因素。

例如某地粘土质粉砂岩中的泥化夹层（为钙质泥质胶结，泥质为主的红色塑性泥夹碎块泥，夹层较平整）在分级加载时的流变曲线见图19、a。同一组夹层的快剪试验与剪切流变试验相对照的剪切位移曲线如图19、b所示。由此看出时间因素的影响是明显的，该工地的试验表明软弱夹层在其承受的剪应力超过如快剪曲线上(图2)的A点以后具有明显的流变性质，在此以前变形几乎是瞬时的，在短期内趋于稳定，在抗剪强度指标中，摩擦系数所受的流变影响远小于粘着力所受的影响，且长期荷载作用下的剪切强度基本上与快剪试验中所谓屈服极限强度一致。在计算分析中要考虑弱面的流变性质的话，除了应考虑其长期强度外还应在分析中合理地模拟其随时间的变形特性，例如在有些情况下可以作为弹—粘性体或弹—塑—粘性体处理等等。

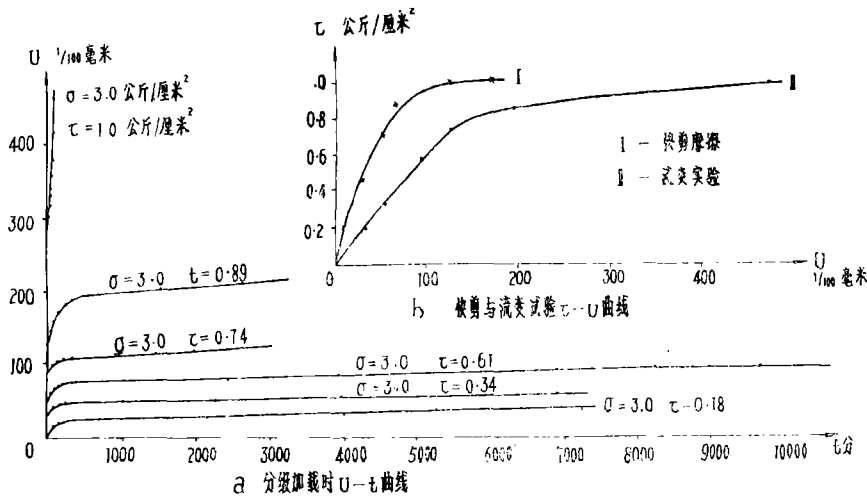


图 19 某地粘土质粉砂岩泥化夹层流变曲线

以上所述只是从岩体弱面的力学试验中所经常遇到的一些非线性的力学性质。要全面地、综合性地分析和模拟这些性质是一个很困难的事情。有关弱面的非线性分析方面的工作国内外都开展了不少研究。[17], [18], [19], [20]

以下我们将在古德曼提出的节理单元模型[1]的基础上提出我们的分析模型，给出有关的算式和计算方法。但是，流变性质并未列入本文的研究范围。至于上述的其余性质都或多或少地予以考虑了。

三、节理单元模型与弹性物性矩阵

节理面、软弱夹层等的厚度与其延伸长度相比很小，其缝隙宽度或夹层厚度的绝对量值也是不大的。在受压时裂隙可能闭合，充填物可能压密，受拉时易于脱开，受剪时其上下两

壁岩石往往会沿弱面发生相对错动，由于这些特点、采用通常的岩石单元在有限单元分析中去模拟它们必将遇到困难。我们采用四结点的节理单元。它是一维“无厚度”单元(图20)。

“无厚度”的含义系指节理单元顶底两壁相应结点采用同一坐标值，不计厚度对坐标值的修正，此其一。忽略夹层等的应力沿其厚度方向的变化，此其二。节理单元之物性参数直接取自实验曲线，厚度的本质影响已反映在其中了。

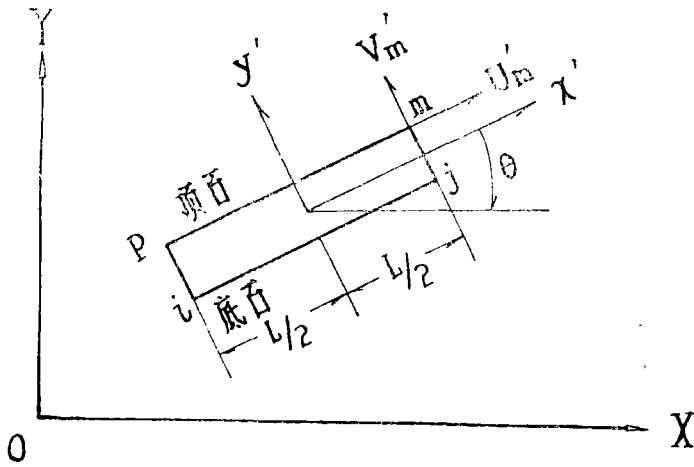


图20 节理单元模型

以下用U、V记节理单元的相对切向和法向变形量， u', v' 记节理单元各点的相对于单元局部坐标系的位移分量， u, v 记节理单元各点相对于总体坐标系的位移分量。

$$\{W\} = \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U(\xi) \\ V(\xi) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u'_{\text{顶}} - u'_{\text{底}} \\ v'_{\text{顶}} - v'_{\text{底}} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

可以将 $\{w\}$ 看作为类似于岩石单元的应变矩阵。节理单元上各点的应力记为

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} \tau \\ \sigma \end{Bmatrix} \quad (2)$$

节理单元的位移模式假定为线性的，即：

$$\left. \begin{aligned} u'_{\text{顶}}(\xi) &= \frac{1}{2}(1+\xi)u'_m + \frac{1}{2}(1-\xi)u'_p \\ v'_{\text{顶}}(\xi) &= \frac{1}{2}(1+\xi)v'_m + \frac{1}{2}(1-\xi)v'_p \\ u'_{\text{底}}(\xi) &= \frac{1}{2}(1+\xi)u'_j + \frac{1}{2}(1-\xi)u'_i \\ v'_{\text{底}}(\xi) &= \frac{1}{2}(1+\xi)v'_j + \frac{1}{2}(1-\xi)v'_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $\xi = 2X/L$

节理单元的应力与其相对变形量之间的关系称为节理单元的物性方程，在弹性情况下可写为

$$\{P\} = [C_e] \{W\} \quad (4)$$

$$\text{式中 } [C_e] = \begin{pmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{pmatrix} \quad (5)$$

[C_e]——节理单元的弹性物性矩阵

根据变分原理，考虑坐标变换后，可推得节理单元结点力 {F}_j 与结点位移 {δ} 的关系。

$$\{F\}_j = [K]_j \{\delta\} \quad (6)$$

式中

$$\{F\}_j^T = [F_{xi}, F_{yi}, F_{xj}, F_{yj}, F_{xm}, F_{ym}, F_{xl}, F_{yl}]$$

$$\{\delta\}_j^T = [u_j, v_j, u_j, v_j, u_m, v_m, u_p, v_p]$$

节理单元的刚度矩阵 [K]_j 是

$$[K]_j = \begin{pmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{im} & K_{ip} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jm} & K_{jp} \\ K_{mi} & K_{mj} & K_{mm} & K_{mp} \\ K_{pi} & K_{pj} & K_{pm} & K_{pp} \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中：

$$K_{ii} = K_{jj} = K_{mm} = K_{pp} = 2[A]$$

$$K_{ij} = K_{mp} = [A]$$

$$K_{im} = K_{jp} = -[A]$$

$$K_{ip} = K_{jm} = -2[A]$$

$$K_{rs} = K_{sr}$$

矩阵 [A] 是 2 × 2 方阵

$$[A] = \frac{L \cdot t}{6} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta k_s + \sin^2 \theta k_n & \cos \theta \sin \theta (k_s - k_n) \\ \cos \theta \sin \theta (k_s - k_n) & \sin^2 \theta k_s + \cos^2 \theta k_n \end{pmatrix} \quad (8)$$

式中：t——节理单元的宽度，一般情况下 t = 1 单位。

节理单元的应力分布呈线性分布，其端部应力可分别用 i 和 j 点的应力来表示：

$$\begin{pmatrix} \tau \\ \sigma \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{pmatrix} [I] \begin{pmatrix} u_p - u_i \\ v_p - v_i \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} \tau \\ \sigma \end{pmatrix}_j = \begin{pmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{pmatrix} [I] \begin{pmatrix} u_m - u_j \\ v_m - v_j \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中：

$$[I] = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (11)$$

软弱夹层和节理裂隙端部处单元应划分得较细，其顶端处的单元采用三结点的节理单元，它可以看作为是四结点单元的变种，即其中一对点采用相同的编号。刚度计算公式与四结点相同，但需作如下修正，即 k_{rs} 中有一脚码系重复编号之点的号码时，则此 k_{rs} 矩阵元素全为零。

为了适应增量计算，弹性时的物理方程亦可用增量形式写成下式：

四、节理单元的非线性分析模型

岩体中节理面、软弱夹层等的力学非线性性质已在前面作了概述和分类。为了在分析计算中反映这些非线性性质，我们提出如下的非线性分析模型。这一套分析模型由三个变形和强度特性模型和一组插值公式所组成。这些简化的物性模型能初步概括前述的力学非线性性质，但是流变性质在本文中并未列入。整个非线性分析以增量法为基础。

(一) 弱面剪切位移模型

我们采用如图21所示的弱面剪切位移模型作为对四种基本的剪切位移曲线的概括。只要对各个特征点进行调整就可以得到各种类型的剪切位移曲线（图22, a, b, c）。用此模型亦能模拟反复加荷——卸荷——再加荷的情况。

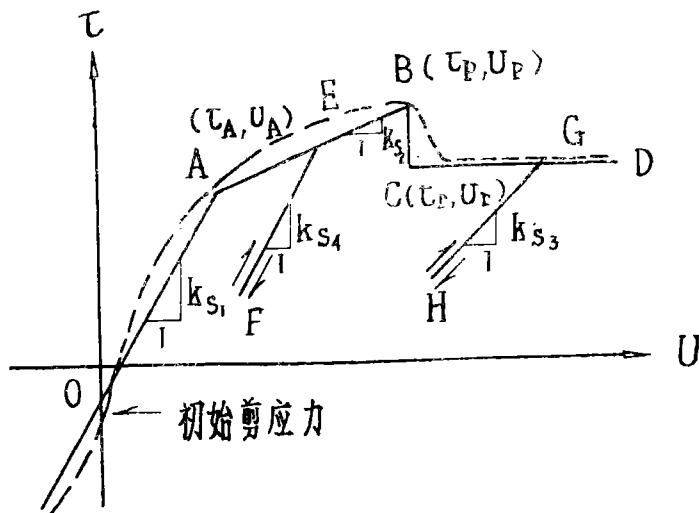
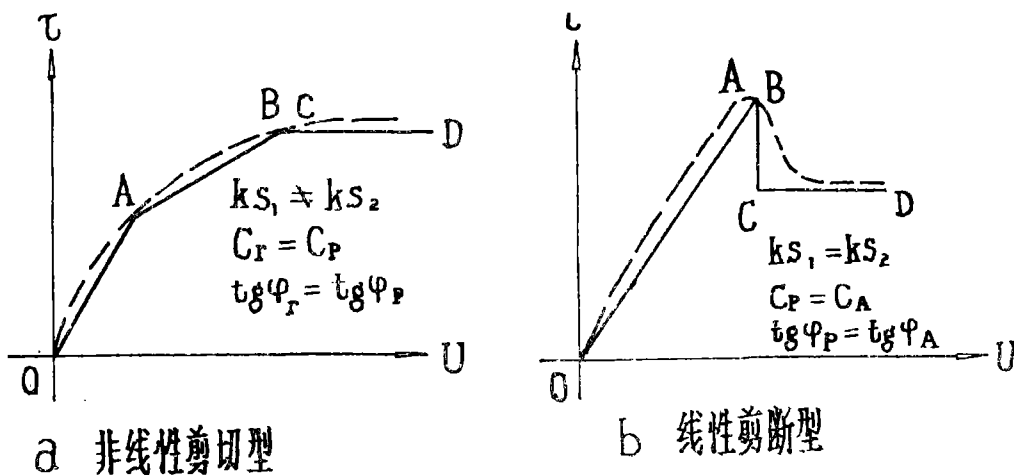


图21 弱面剪切位移模型



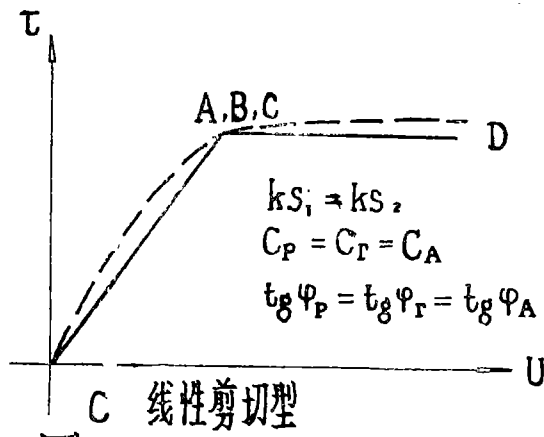


图 22 剪切位移模型的适应

在曲线AB段(图21)需要区分加荷和卸荷和再加荷时的情况而分别采用不同的 k_S 值(如EF段)。OA段与OB段的 k_S 值亦可不同,以模拟OAB段呈弯线的情况。

剪断时的应力突然释放,在图21上反映在BC段。在非线形分析中采用应力转移法进行处理。

已剪断的节理单元如处在继续加载(CD段)则按塑性流动理论处理,在下节中我们将给出其弹塑性物性矩阵。如不满足加载条件时,即相当于处在GH段,其 k_S 值将采用 k_{S3} 值。此时物性矩阵仍是弹性矩阵。

(二) 弱面法向变形和拉破坏模型

图23给出了这一模型图。

其中 $[\sigma_T]$ 为弱面的容许抗拉强度。

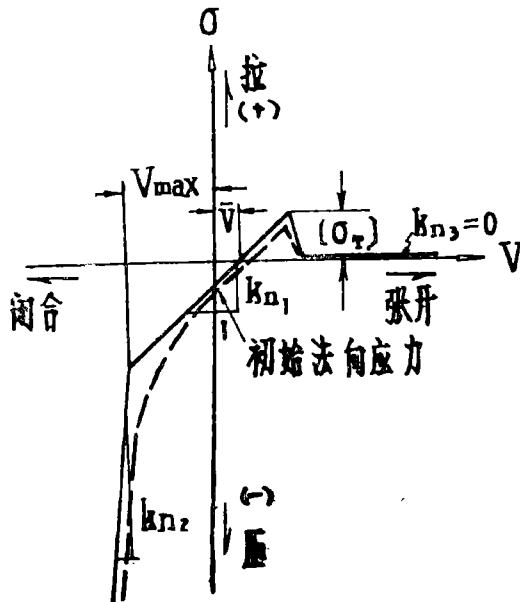


图 23 弱面法向变形模型

V_{max} 为弱面的极限压密特征量，如节理单元的法向相对变形量超过此值后可认为已处于极限压密状态。如继续受压时，其法向刚度系数可以认为是一很大的量值 k_{12} 。

\bar{V} 是用以考虑已拉裂的弱面在受拉脱开后又可能发生重新闭合时，或闭合后再重新脱开时的判据。

(三) 弱面的剪切强度模型

采用线性模型。当法向应力 σ 值取不同值时，一组剪切位移曲线上的各特征点 A、B、C、可按库仑公式分别作出三条强度线（见图24）。B线反映剪断强度，C线表示弱面的残余强度（摩擦试验的强度）。A线用作为判别剪切位移曲线由OA段进入AB段的准则。

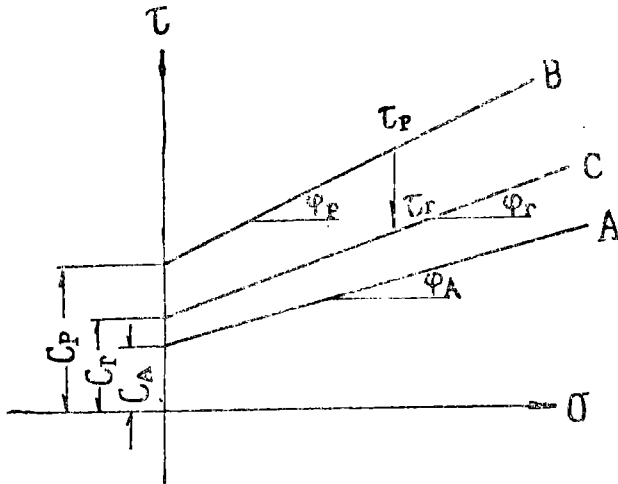


图24 弱面强度特性

(四) k_s 与 σ 的关系式原则上应参照剪切位移曲线稍加以修正和简化而得出。可采用不同的方法，例如江布^[21]在研究土的切线模量与侧限压力之间的关系时曾建议用指数函数来描述。克劳夫，邓肯仿照它并推广到节理单元，建议用下式来描述：

$$k_{Si} = k_l \gamma_w \left(\frac{\sigma}{p_a} \right)^n \quad (13)$$

- 式中 k_l ——无因次的刚度系数
 n ——刚度指数
 γ_w ——水的容重，与 k_{Si} 采用同一种单位
 p_a ——大气压力与 σ 采用同一种单位

我们认为当 σ 在不很大的范围内变动时，根据实验曲线采用线性公式来描述 k_s 和 σ 的关系也是一种简易可行的办法，即：

$$k_s = k_{s0} - \xi \cdot \sigma \quad \sigma < 0 \text{ (或 } \sigma < [\sigma_T] \text{)} \quad (14)$$

- 式中 k_{s0} —— $\sigma = 0$ 时的切向刚度系数
 ξ ——由实验曲线族决定，量纲为厘米⁻¹

对于图21所示的不同阶段 k_{s1} ， k_{s2} ， k_{s3} ， k_{s4} 与 σ 的关系都可采用(14)式描述。但在不同阶段 k_{s0} 及 ξ 取不同值。

五、节理单元的弹塑性物性矩阵

当节理单元发生剪断破坏时，部分应力释放，残存的应力点应位于残余强度包线上。如果被剪断的节理单元仍处于加载状况，则按塑性流动问题处理。在本文中我们采用关联流动准则，推导节理单元的弹塑性物性矩阵。

节理单元的屈服函数为

$$f(\tau, \sigma) = k \quad (15)$$

对于具有硬化性能的节理单元加载函数可用下式表示

$$f(\tau, \sigma) = K(W_p) \quad (16)$$

式中 $K(W_p)$ 定义为节理单元单位面积的塑性功 W_p 的一个递增的正函数。

在本文中假定节理单元为无硬化现象的材料，因此加载条件和屈服条件相同，即加载函数亦为

$$\left. \begin{aligned} f(\tau, \sigma) &= \text{Const} = k \\ \text{或} \quad df &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

已剪断的节理单元屈服后在继续加载过程中其相对位移矢量的增量可看为弹性和塑性的两部分之和

$$\begin{Bmatrix} dU \\ dV \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dU^e \\ dV^e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} dU^p \\ dV^p \end{Bmatrix} \quad (18)$$

式中带上标^e的记弹性部分，带上标^p的记塑性部分

考虑弹塑性时应力增量与相对位移增量的关系式可写成如下形式

$$\begin{Bmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{Bmatrix} = [C_{ep}] \begin{Bmatrix} dU \\ dV \end{Bmatrix} \quad (19)$$

式中弹塑性物性矩阵的表达式为

$$[C_{ep}] = \begin{pmatrix} k_{ss} & k_{sn} \\ k_{ns} & k_{nn} \end{pmatrix}$$

已剪断的节理单元处在弹性状态时，参照图21所示的物性模型可得出： $k_{ss} = k_{s3}$ ， $k_{sn} = k_{ns} = 0$ ，

k_{nn} 视情况而定，可取： k_{n1} 或 k_{n2} 。在以下推导中为简化起见写为 $k_{n1} = k_r$ 。

所以

$$\left. \begin{aligned} dU^e &= \frac{1}{k_{ss}} d\tau \\ dV^e &= \frac{1}{k_n} d\tau \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

由于采用关联流动准则，塑性变形可按正交原则确定：

$$\left. \begin{aligned} dU^p &= d\lambda \frac{\partial f}{\partial \tau} \\ dV^p &= d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中 $d\lambda$ ——待定的非负因子
 根据节理单元无硬化材料的条件

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = 0 \quad (22)$$

可求得 $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{k_{s3} \frac{\partial f}{\partial \tau} dU + k_n \frac{\partial f}{\partial \sigma} dV}{k_{s3} \left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right)^2 + k_n \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^2} \quad (23)$$

从而可求得弹塑性物性矩阵的表达式

$$[C_{ep}] = \begin{pmatrix} k_{s3} - \frac{k_{s3}^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right)^2}{H} & -\frac{k_{s3} k_n \left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right) \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)}{H} \\ \text{对 称} & k_n - \frac{k_n^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^2}{H} \end{pmatrix} \quad (24)$$

式中:

$$H = k_{s3} \left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right)^2 + k_n \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^2 \quad (25)$$

至于屈服函数 (或加载函数) 采用何种形式应由实验决定, 根据目前资料来看, 对于许多节理面采用摩尔——库伦强度公式作为屈服函数的形式, 既方便也较符合实际。

考虑到左右剪情况和节理单元拉裂破坏条件, 其屈服条件可示意地标在图25上, 其表达式为:

$$f = \tau + \sigma \tan \varphi_r = C_r \quad \text{当 } \tau > 0, \sigma < 0 \quad (26)$$

或

$$f = -\tau + \sigma \tan \varphi_r = C_r \quad \text{当 } \tau < 0, \sigma < 0$$

当节理单元尚未拉裂并具有一定的抗拉强度 $[\sigma_T]$ 时 (26) 式的条件可用 $\sigma < [\sigma_T]$ 代替 $\sigma < 0$, 图25中的拉裂条件线也可适当左移。

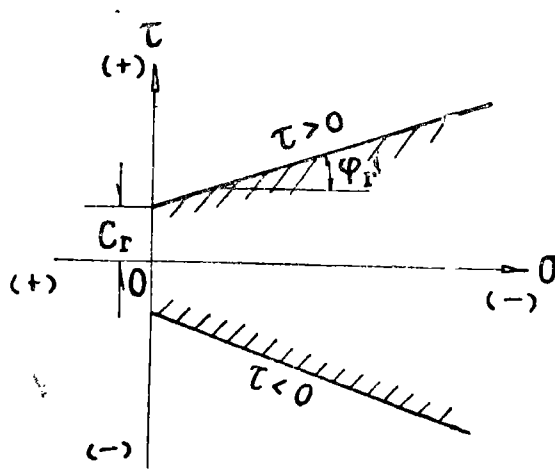


图25 节理单元屈服线

可导出相应于(26)式这样屈服条件时的〔Cep〕诸元素的表达式:

$$\begin{aligned}
 k_{ss} &= \frac{k_{s3} k_n \operatorname{tg}^2 \varphi_r}{H} \\
 k_{nn} &= \frac{k_{s3} \cdot k_n}{H} \\
 k_{sn} = k_{ns} &= \frac{-k_{s3} k_n \operatorname{tg} \varphi_r}{H}, \quad \text{当 } \tau > 0 \\
 \text{或} \\
 k_{sn} = k_{ns} &= \frac{k_{s3} k_n \operatorname{tg} \varphi_r}{H}, \quad \text{当 } \tau < 0 \\
 H &= k_{s3} + k_n \operatorname{tg}^2 \varphi_r
 \end{aligned} \tag{27}$$

根据(24)式所示的弹塑性物性矩阵形成节理单元的刚度矩阵时可得到如同(7)式一样的刚度矩阵,但是矩阵〔A〕将按下式计算:

$$\begin{aligned}
 \left[A \right] = \frac{L \cdot t}{6} & \left(\begin{array}{cc} \cos^2 \theta k_{ss} + \sin^2 \theta k_{nn} - 2 \sin \theta \cos \theta k_{sn} & \cos \theta \sin \theta (k_{ss} - k_{nn}) + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) k_{sn} \\ \text{对称} & \sin^2 \theta k_{ss} + \cos^2 \theta k_{nn} + 2 \sin \theta \cos \theta k_{sn} \end{array} \right) \\
 & \tag{28}
 \end{aligned}$$

弹塑性物性矩阵中 k_{sn} 和 k_{ns} 项的力学含义是当节理单元受剪发生塑性变形时有耦合形变产生,这也是剪胀现象的一种表现。

实际上, k_{sn} 和 k_{ns} 的量值可以是正或是负,这由节理单元是“左剪”还是“右剪”而定。

如采用图25或(26)式所给的屈服条件,可以看到当采用弹塑性物性矩阵后,节理单元的新的应力点将落在残余强度线上,换句话说,使用弹塑性物性矩阵时所求得的应力点将沿残余强度线滑移,我们把这个称之为满足“滑移条件”。这一现象是在野外实验、或室内试验中经常观察到的。

采用(26)式那样的屈服条件后所求得的弹塑性物性矩阵中诸元素值将由 k_{s3} 、 k_n 和 $\operatorname{tg} \varphi_r$ 决定。但与该单元的应力值似乎没有直接联系,且为常数。一般材料按关联流动理论处理时,其弹塑性矩阵中诸元素将是应力状态的函数,这是因为在屈服面上不同的点一般说来具有不同的外法线方向的缘故。如图25或(26)式所给出的屈服条件乃是一种特殊情况。对于同一支屈服线(因为是平面问题,我们称之为屈服线)不同点上的外法线方向是相同的,即各点的外法线相互平行,因为屈服线的一支乃是一条直线,因此不管 τ 、 σ 取何值,只要落在该线上,其外法线方向必然相同,这就是弹塑性矩阵中各元素值为常数的原因所在。由于上下两支屈服线的外法线方向不同,这就是公式(27)中 k_{sn} 或 k_{ns} 值需根据 τ 的正负号取值的原因。

(未完待续)