岩体中节理面、软弱夹层等的 力学性质和模拟分析方法 (续)

中国科学院武汉岩体土力学研究所 葛修润

THE MECHANICAL BEHAVIOR AND ANALOG ANALYTICAL METHOD OF JOINTS AND WEAK

INTERCALATIONS IN ROCK MASS

(Continued)

Ge Xiu -run

Institute of Rock and Soil Mechanics, Academia Sinica,

Wuhan, China

六、滑移条件的实验依据和节理单元的塑性变形问题

采用关联流动理论来推导节理单元的弹塑性物性矩阵可以明显看出它将使处于继续加载 状态的单元的新应力点将落在残余强度线上,也就是说是满足"滑移条件"的,但这与实验 结果是否接近呢?

现在我们列举一九七〇年在某矿区所作的野外剪切"单点法"试验结果以资说明。

当时进行"单点法"试验的目的是为了探索用一块试样获得一条式一组剪切强度线的方法。

例如对于如图26所示的陡倾角软弱夹层剪切试体首先同步施加 σ_1 和 σ_2 至 某一 予定 值 σ_1^s ,以后保持 σ_2^s 为常值。并逐步增大 σ_1 值,直到试体沿剪切面的剪切位移有显著增加。 然 后取消 $\sigma_2 = \sigma_2^s$ 的限制条件,将施加 σ_2 用的加荷装置的回油阀门关闭,随着 σ_1 的继续增加,由 于剪切位移也继续增加,导致 σ_2 值也有相应的增长,如图27中过"干"点后的情况。对应同 一u值,我们可以得到相应的点对,如 $\sigma_1' \sim \sigma_2', \sigma_1'' \sim \sigma_2'''等,作相应的应力$ $圈,根据剪切面与<math>\sigma_1$ 或 σ_2 的方向的夹角,在应力圈上可得出剪切面上相应于r与 σ 的应力点。

若能保证试体的加荷和传力装置有足够大的刚度,则随着剪切位移之微量增长, σ₂的 增加亦是明显的。这样就能在不大的剪切位移距离内得到一组应力点,并可画出强度线。当 剪切面具有硬化特性时,则过"F"后随着剪切位移之增长,剪切强度也随之增强。因此在 剪切过程中将上述试验方法反复多次,就有可能获得一系列强度线,相应于最大剪切位移的 那组应力点构成的剪切强度线接近常规试验的峰值强度线, 面这一强度线中最小者接近常规 试验中的所谓屈服极限的剪切强度线。同样的试验原理亦可用于摩擦试验。





图26 剪切试验示意图

图27 单点试验原理图

我们对花岗闪长岩中含断层泥的软弱结构面所作的现场常规抗剪的摩擦试验的剪切位移 曲线绘在图28上。这都是在 σ_2 保持常值情况下获得的。从这组试验的B₁, B₂, B₃点可以作 出**摩擦试验的强度**线。如图29上的实线所示。其C值为4公斤/厘米², $\lg q = 0.61$ 。

剪切位移曲线表明此软弱结构面的硬化性质并不显著。我们对于σ₂ = 6 公斤/厘米³ 的 情况按上述的试验方法在同一试体上进行了试验,在图28上用虚线表示了σ₁~u与σ₂~u的 关系曲线。对应图28上的1、2、3点的应力园和剪切面上的应力点亦用同样标号在图29上 标出。这些应力点所构成的强度线略低于常规方法所获得的,但两者非常接近,其C值为 4 公斤/厘米², tgφ = 0.59。

所列举的试验结果不仅表现了这种"单点法"试验的有效性,也表现了当弱面处于继续 加载而发生塑性流动时确实有应力点沿强度线移动的现象,这也说明了本文所建议的弹塑性 物性矩阵具有一定的实验依据。



虽然节理单元不同于一般的岩石单元,但是当采用关联流动法则时,其塑性变形的正交 原则仍然可以仿照一般所用的方法作出对节理单元的具体论证。

考虑节理单元上某微元的应力状态在τ~σ应力平面中随时间的变化。

假定在时刻t=t*时,该微面的应力状态记为(τ*,σ*)在该时刻,其加载 线 可用 下式表示

化:

2

3 然后由(= 1.时回到A点。

$$f(\tau, \sigma) = k \left(\int_{\sigma}^{t^*} \sigma \cdot dv^{\nu} + \int_{\sigma}^{t^*} \tau \cdot du^{\nu} \right)$$

图30给出了加载线的一支。设应力点A(τ^* , σ^*)位于加载线的内侧。



图30 节理单元微面应力状态变化示意图

过程中节理单元微元应力的增量作的功为δ»

$$\delta w = \int \frac{t}{t} (\sigma - \sigma^*) dv + \int \frac{t}{t} (\tau - \tau^*) du$$

dv和du分解为弹性和塑性部分得

$$\delta w = \int_{t}^{t} (\sigma - \sigma^{*}) dv^{*} + \int_{t}^{t} (\sigma - \sigma^{*}) dv^{*} + \int_{t}^{t} (\tau - \tau^{*}) du^{*} + \int_{t}^{t} (\tau - \tau^{*}) du^{*} + \int_{t}^{t} (\tau - \tau^{*}) du^{*}$$

在这一循环过程中弹性功显然等于零,因此:

$$\delta w = \int_{-\frac{1}{4}}^{1} (\sigma - \sigma^*) dv^{\nu} + \int_{-\frac{1}{4}}^{1} (\tau - \tau^*) du^{\nu}$$
(30)

bw亦可写为如下形式;

$$\delta w = \int_{\frac{1}{t}}^{\frac{t}{t}} (\sigma - \sigma^*) dv^p + \int_{\frac{1}{t}}^{\frac{t}{2}} (\sigma - \sigma^*) dv^p + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{t}{2}} (\sigma - \sigma^*) dv^p + \int_{\frac{1}{2}$$

随着荷载的变化, 节理单元上微

1 t= G>t*时,应力点B 落

t₁<t<t₁时,应力点 向 着

然后由C点开始卸载 直 到t

这样,从t*----t,这段时间内,

如图30所示的ABCA这个循环

(29)

面的应力状态(τ, σ)发生 这样 变

在加载线上。

加载线f 外侧运动直到C点。

微元的应力状态经过--个循环。

+
$$\int \frac{t_1}{t^*} (\tau - \tau^*) du^p + \int \frac{t_2}{t_1} (\tau - \tau^*) du^p + \int \frac{t_3}{t_2} (\tau - \tau^*) du^p$$
 (31)

当t*<t<t1和t2<t<t3时 $\mathbf{d}\mathbf{u}^{P} = \mathbf{d}\mathbf{v}^{P} = 0$ 所以

$$\delta w = \int \frac{t_2}{t_1} (\sigma - \sigma^*) \, dv^{\nu} + \int \frac{t_2}{t_1} (\tau - \tau^*) \, du^{\nu}$$
 (32)

可以认为,塑性变形是不可逆过程,从热力学意义上来讲,上述应力循环对节理单元中 的微元作的功δw应该是非负的。即

$$\delta w = \int \frac{t_2}{t_1} (\sigma - \sigma^*) (v^{\nu})' dt + \int \frac{t_2}{t_1} (\tau - \tau^*) (u^{\nu})' dt \ge 0$$
 (33)

把 δ w看作是 t_2 的函数在 $t = t_1$ 邻近作泰勒级数展开,并令

 $\overline{\delta t} = t_2 - t_1 > 0, 有$

$$\delta w = [(\sigma - \sigma^{*})(v^{p})' + (\tau - \tau^{*})(u^{p})']_{t=t_{1}} \cdot \delta t + \frac{1}{2} [\sigma'(v^{p})' + \tau'(u^{p})' + (\sigma - \sigma^{*})(v^{p})'' + (\tau - \tau^{*})(u^{p})'']_{t=t_{1}} \cdot (\delta t)^{2} + 0[(\delta t)^{3}] \ge 0$$
(34)

为了保证(34)式右端的非负性,其第一项必须是非负的,得

$$[(\sigma - \sigma^*)(v^v)' + (\tau - \tau^*)(u^v)'] = 1 + \delta t \ge 0$$
, (35)
这对于位于加载线f内侧的任意点A(τ^* , σ^*)上式均应成立。
如图31所示的情况(35)式可改写为

 $\{d\omega^{p}(B)\}^{T}[\{P(B)\}-\{P(A)\}] \ge 0$

当B点固定不动时,不管A点位于加载线 内侧哪一个地方, (36)式均应成立。

D (--) 图31 塑性变形矢量示意图

按图31上所标的矢量来表示,即矢量的数 积AB•BD应大于或等于零,即

$$\{d\omega^{p}(B)\}^{T}(\{p(B)\}-\{P(A)\})=$$

$$= |AB| \cdot |BD| \cos \psi \ge 0 \qquad (37)$$

其中角u为AB和BD的夹角

为了保证对任意的(τ*,σ*), cosψ ≥0

B D 的方向必须和加载线的外法线方向一 紁。

对于节理单元塑性变形可表示为

$$\left\{ d \omega^{p} \right\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \{p\}} \right\}$$
 (38)

其展开式即为(21)式,这就是节理单元塑性变形的正交原则。



一般说来非关联流动法则较关联流动法则更为广义和全面。后者可以认为是前者的特例。在非关联流动理论中塑性势面G与屈服面(在理想塑性体中即加载面)f不重合,因此塑性应变增量的矢量与f面不正交,而是与G面正交。要采用非关联运动法则,首先必须有G面的表达式,而目前尚缺乏这方面的实验资料。

在下面我们给出采用非关联流动法则时节理单元的弹塑性物性矩阵〔C类〕

$$\begin{bmatrix} * \\ Cep \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{s,s}^{2} \left(\frac{\partial I}{\partial \tau}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial \tau}\right) & -\frac{k_{s,s} k_{n} \left(\frac{\partial I}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial \tau}\right)}{H^{*}} & -\frac{k_{s,s} k_{n} \left(\frac{\partial I}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial \tau}\right)}{H^{*}} \\ -\frac{k_{s,s} k_{n} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)}{H^{*}} & k_{n} -\frac{k_{n}^{2} \left(\frac{\partial I}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)}{H^{*}} \end{bmatrix}$$
(39)

$$H^* = k_{s,s} \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right) \left(\frac{\partial G}{\partial \tau} \right) + k_n \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma} \right)$$

由(39)式可见,非关联流动时的弹塑性物性矩阵是非对称的。这非对称的含义还有待进一步研究和说明,有鉴于这一情况,也考虑到在工程实际问题中不太经常迂到塑性流动变形会无限增长的情况,因此在有限制的变形的情况下,采用关联流动法则所带来的一些误差不会是很严重的。所以在计算实例中我们仍然采用(24)式那样的弹塑性物性矩阵。

七、节理单元张开和重新闭合问题及反复加荷、 卸荷时的剪切问题

模拟节理单元受拉张开后可能发生重新闭合的问题, 其判据只能采用相对压密量。

关于拉破坏问题,我们认为它与剪切破坏有本质上的区别,属于两种不同的范畴,因此 拉和剪的问题的处理原则也应该是不同的。我们认为,追求公式上的一致性,而忽略其实质性 差别,用塑性理论来处理拉问题不一定是合理的。我们认为 $\sigma \ge (\sigma_T)$ 可以作为节理单元发 生初始拉裂破坏的判据。从这个意义上讲, $\sigma = (\sigma_T)$ 为平行于Y坐标的线,它将与一对剪 切屈服线相交,构成拉剪破坏问题的综合性的判别条件。当应力点落在剪切屈服线上时按剪 切问题处理,落在 $\sigma = (\sigma_T)$ 线上时按拉问题处理, $\sigma = (\sigma_T)$ 线与剪切屈服线相交的角点 上我们认为仍按拉问题处理。

关于节理单元的拉破坏问题和拉开后重新闭合问题的分析方法可概述如下:

 1、未遭拉裂破坏的节理单元当σ≥〔σ_r〕时,则认为发生拉裂破坏。已遭拉裂破坏的 单元随着加荷情况的变化,今后有可能重新闭合,但是其抗拉强度不可能恢复,也就是说在 以后逐级计算中其法向应力σ将不能大于零。

2、节理单元发生拉裂破坏时,其原有的应力值(τ, σ)将全部释放,采用应力转移 的办法予以调整转移到其它单元上去。

3、节理单元发生拉裂破坏时应计算出相应于σ=0时的相对法问变形量v(相对于节 理单元的局部座标系),并作为今后判断该单元是否发生重新闭合问题的判据。

当
$$v > \overline{v}$$

或 $v = \overline{v}$ 且 $dv > 0$ 时 $\left\{ \begin{array}{c} 40 \end{array} \right\}$

则已拉裂单元将继续保持脱开的状态,称之为"张开单元"。

当上述条件得不到满足时认为发生重新闭合,这样的单元称之为"闭合单元"。

4、"张开单元"不再作剪切校核,在下一级计算中

 $\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_n = \mathbf{0}$

5、"闭合单元"作剪切问题处理,其变形性能诸参数将根据其应力状态和剪切判据决定。

6、节理单元的极限压密量为Vmax

当 V N max 时

节理单元进入极限压密状态。

 $K_{\mu} = K_{n \neq 2}$

在反复加荷和退荷等情况下剪切问题按如下原则处理

1、未剪断的节理单元的应力值满足如下条件同

节理单元即遭剪断破坏

被剪断的节理单元其残存的应力点应位于残余强度线上,例如图24中箭头所标示的就是 一种处理方法。应释放的应力值用应力转移方法进行调整。

被剪断了的节理单元其抗剪强度已不能恢复到其初始的峰值强度,而只能达到其残余强度值。其切向刚度系数今后只能用k,,来表徵。

2、为了决定已剪断单元的加载还是卸载状况,必须有相应的判别准则。可得出节理单 元的加载条件如下:

$$\begin{array}{c} \pm \tau + \sigma t g \varphi \, \geqslant c \, , \quad \underline{\forall} \tau \gtrless 0 \, , \quad \sigma < 0 \\ \\ \underline{\forall} \ d N \geqslant 0 \end{array} \right\}$$
 (42)

当条件(42)式不满足时为卸载。

式中

$$dN = k_{s,s} \frac{\partial f}{\partial \tau} du + k_{s} \frac{\partial f}{\partial \sigma} dV = \pm k_{s,s} du + k_{s} t g \varphi dV, \quad \stackrel{\text{def}}{=} \tau \gtrless 0$$
 (43)

满足条件(42)式的称"剪切流动单元"。

上述条件得不到满足时称"剪断单元"。

3、剪切流动单元在下一级计算中采用弹塑性物性矩阵。

4、剪断单元在下一级计算中采用弹性物性矩阵,其切向刚度系数 k,=k,,

5、未剪断的节理单元的切向刚度系数的修正问题按下列办法处理:

如果满足如下条件

 $\pm \tau + \sigma tg \varphi_A \ge C_A$, 当 $\tau \ge 0$, $\sigma < 0$ (44) 则意味着该单元已进入图21所示的τ-u曲线中的AB段, 否则仍处在OA段。对应在不 同的曲线段,取不同的k。值。

6、对于已进入AB段的未剪断的单元为了适应即荷和再加荷的情况,我们设立如下判据,参看图32)



图32 未剪断节理单元 Q值示意图

M Q>Q_{Max}

(45)

则该单元处于图21中的EB段, k, = k,, 否则该单元处于EF或FE段, k, = k,, 判据Q按下式计算

 $Q = \pm \tau + \sigma tg \varphi_{\Lambda} - C_{\Lambda} \quad \text{if } \tau \ge 0 \, , \quad \sigma < 0$

(46)

Q_{Max}系该单元在其加荷历史上曾经达到过的最大值,这值应在计算过程中记录下来。

八、节理单元的应力转移问题

在本文建议的分析方法中有如下四种情况会遇到应力转移问题:

1、当节理单元剪断时其应力降为残存时采用应力转移办法进行调整。

2、具有抗拉强度的节理单元拉裂破坏时原来积存的应力应全部转移。

3、已剪断的节理单元在以后备级计算中其应力点如果超过残余强度线时,可以用应力 转移办法将超过的部分进行调整。

4、已拉裂并又重新闭合的单元在以后各级计算中其法向应力如果出现大于零时亦可用 应力转移方法进行调整。

上述四类情况中的第一和第二类属于物性本身的,具有明确的力学含义。后两类系属于 计算方法本身所带来的,我们的体会是:对于第一和第二类情况作应力转移处理不但是可能 的,而且是必要的。而对第三和第四类情况宁可将荷级分得密些,尽量避免这些情况。而当 应力点略超过残余强度线,或法向应力略大于零时,只要还在允许限度以内,则以不考虑应 力转移调整为宜。不但可以减少计算工作量,更主要的是可以避开某些尚不甚明确的问题。

上述四种情况中性质虽不同,但处理方法将是同一的。他们的步骤是:

1、根据各种判据和条件。按节理单元的平均应力值, (τ, σ)计算应转 移 调 整的部

分Λτ和Δσ,并修改该单元的应力值为(τ', σ')。

$$\left\{ \begin{array}{c} \tau &= \tau - \Delta \tau \\ \sigma^{*} &= \sigma - \Delta \sigma \end{array} \right\}$$
 (47)

2、根据虚位移原理可计算出等价于该节理单元应调整应力 $\Delta \tau$, $\Delta \sigma$, 的相应结点力{F}

$\{F\} = t - \frac{L}{2}$	Cost	-sinfl	0	0	0	0	0	0	[[-Δτ]	(48)
	sin0	cosf	0	0	0	0	0	0	-Λσ	
	0	0	$\cos\theta$	-sin0	0	0	0	0	-Δτ	
	0	0	sinθ	cosA	0	0	0	0	-Δσ	
	0	0	0	0	cosθ	$-sin\theta$	0	0	Δτ	
	0	0	0	0	sinθ	$\cos\theta$	0	0	Δσ	
	0	0	0	0	0	0	cosθ	-sin0	Δτ	
	0	0	0	0	0	0	sinθ	cos0 ,	ίζΔσΪ	

3、将各个节理单元应调整的结点力{F}叠加起来并看作为相应的荷载列阵,进行调整 计算。将调整计算所得的应力值与相应的岩石单元和节理单元的应力值相叠加。

4、重复上述过程,经过多次调整后直到各单元应调整的 | Δτ | , | Δσ | 都在容许的 误差范围内为止。

九、计算实例

为了验证前述的非线性分析方法的有效性, 合理性, 我们曾经对一些实验结果进行模拟 计算, 下面举软弱夹层的野外剪切试验的模拟计算为例。



1	况	体			
2	传	力り	ŗ		
3	压	力树	-		
4	Ŧ	斤顶	Ĩ		
5	滚	轩	ł		
6	顶	板	î		
7	泥	化头	医		
图33	202	* 泥	化夹用	买剪切	试
	验示	意图]		

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne



某工地基岩为下白^抓系 红色岩层组成,岩层中夹有 多层软弱粘土岩及泥化夹 层。其中202*夹层属棕 红色粉砂质粘土岩的泥化 面,分布广,性状差。

在工地现场对此泥化夹 层开展了剪切面积为50× 60厘米²的剪切试验。野 外剪切试验装置见图33, 压 力枕推力方向与剪切面夹 15°角。在图34中用实线给 出了法向应力相应为3.06公 斤/厘米², 4.0公斤/厘米² 和7.85公斤/厘米²时的三条 剪切应力和剪切位移曲线。

对照这组野外剪切试验 我们作了模拟计算,计算分

块图见图35。根据本文建议的分析方法用算法语言编制了相应的计算程序。

结 点 数 148 三角单元数 233 节理单元数 10

模拟以202*泥化夹层的节理单 元整个剪切面长度60厘米



野外试验表明, 202*泥化夹层的峰值强度与残余强度差异甚微。因此其在法向应力 为恒定时的单条τ~U曲线可简化为如图36所示的形式。相应于图36所标示的A点和B点,亦 以同样的符号标在图31中所给出的三条实验曲线上。根据这些特征点,参照前述的方法,对 这一族曲线可得出202*泥化夹层的强度特性指标如下。



 $tg \phi_A = 0.205$;
 $tg \phi_R = tg \phi_P = 0.204$
 $C_A = 0$;
 $C_R = C_P = 0.32 \text{ Cm}/\text{M} \text{ K}^2$
 $(\sigma \tau) = 0$;
 $\sigma \tau$

与法向应力有关的泥化夹层切向刚度特性指标亦可求得如下

OA段 k_{so}=2.0公斤/厘米³; ξ=6.0 1/厘米

AB段 k_{so}=4.5公斤/厘米³; ξ=0.81 1/厘米

EF段的变形特性指标假定与OA段同

泥化夹层的法向刚度系数取kn1=98公斤/厘米3

由于缺乏极限压密的实测数据,因此在算例中暂不考虑。

在模拟计算中垂直荷重和推力都是以结点力施加的(如图35上箭头所示)。推力方向与 剪切面夹15°角。

进行模拟计算时首先施加垂直荷重。垂直荷重分五级施加,使剪切面上的平均法向应力 达到规定的数值。

然后再施加推力,与此同时相应地减小垂直荷重,以保证剪切面上为平均法向应力维持 原值。推力的施加也是分级进行。每一级推力相当于剪切面上作用有0.05公斤/厘米²的剪应 力。推力增加到剪切面全部剪断为止。

我们取模拟计算中剪切面中心部位的相对错动量值和整个剪切面的平均剪应力值用园点 标示在相应的三条剪切位移曲线上(图34)。

可以看出用有限元非线性分析作模拟计算的结果与实测曲线吻合很好,并能很好适应法向应力对切向变形的影响。

为了模拟退荷和再加荷的情况,我们将相应于σ=3.06公斤/厘米²的模拟计算结果绘在 图37上,图上箭头所示的为发生退荷,再加荷过程时的剪切位移曲线的变化情况。

202* 泥化夹层的另一组野外试验的结果见图38的τ-u曲线, 其有限元结果也已 标 在 该图上。



© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

棕红色粉砂质粘土岩与砼的胶结面的剪切试验表明这组试验的τ-u曲线为非线性剪断型(图39)。峰值强度与残余强度有明显差异。模拟计算的结果与实测曲线都已在图39上给出。



对于某工地的抗力体试验等亦作了相应的模拟计算,其结果与实测数据都很吻合。特别 是抗力试体底部软弱夹层的起始开裂和全部剪断时的推力数据和计算值很一致。

在某矿区岩质边坡的应力和变位分析中亦用了本文建议的非线性分析方法(还包括了 岩石单元的非线性分析)也取得了良好的效果。

这些计算实例表明,本文所建议的模型和相应的非线性分析方法能较好地模拟岩体中节 理、软弱夹层以及界面等的力学性状,并能考虑法向应力对变形性能的影响,亦能适应复杂 的加荷时的各种情况。根据本文建议的弱面的非线性分析方法,同时也包括了岩石的非线性 分析,我们编制了JR程序(用FQRTRAN语言编写),在一些工程实际问题中得到了应 用。

> 1977.10初稿 1978.**7**修改

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.ne

参考文献

- (1) Goodman, R.E., Taylor, R. L. and Brekke, T. L., "A model for the mechanics of jointed rock", J. SM & FD ASCE V94 1968.
- (2) Ghaboussi, J., Wilson, E. and Isenberg, J., "Finite element analysis for rock joints and interfaces", J.SM & FD ASCE V99 1973.
- (3) "Rock mechanics in engineering practice" Edited by K.G. Stagg and O.C.Zienkiewicz.John Wiley & Sons 1968.
- [4] Zienkiewicz, O.C., Best, B., Dullage, C.and Stagg, K.G., "Analysis of Non Linear Problems in Rock Mechanics With Particular Reference to Jointed Rock Systems", Proceedings of the Second Congress of the ISRM, Beograd, 1970, Vol.3.
- [5] 川本朓万,"有限单元法在岩土课题中的应用","材料"(日)岩石力学特集
 号, Vol.20, No.209, 1971.
- 〔6〕 O.C齐基成茨, Y.K邱, "结构和连续力学中的有限单元体法"上海交通大学译.
- (7) Zienkiewicz, O.C. "The finite element method in engineering science", Mcgraw-Hill, London, 1971.
- [8] Nayak, G.C. and Zienkiewicz, O.C. "Convenient form of stress in-Variants for plasticity" J.ST.ASCE, Vol.98 1972.
- (9) Reyes, S.F.and Deere, D.U "Elastic-plastic analysis of underground openings by the finite element method", Proceedings of the First Congress of the ISRM, Lisbon, 1966, VoI.
- (10) Goodman, R.E. and Dubois, J. "Duplication of dilatancy in analysis of jointed rocks", J, SM & FD, ASCE, V, 98.1972.
- (11) Goodman, R. E., "The mechanical properties of joints" Proc. 3rd Cong. ISRM, Denver, V, 1A, 1974.
- [12] Tulinov, R. and Molokov. L., "Role of joint filling material in shear strentth of rocks".
 "Rock Fracture-Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics", Nancy, 1971.
- (13) Patton, F. D., "Multiple models of shear failure in rock", Proc, lst Cong. ISRM. Lisbon, Vol.1, 1966.
- [14] Jaeger, J. C., "Friction of rocks and the stability of rock slopes Ran Kine Lecture" Geotechnique, V.21. 1971.
- (15) Schwartz, A.E., "Failure of rock in the triaxial shear test" P.roc. of the Sixth Symposium on Rock Mechanics", 1964.

第3領

- (16) Landanyi, B. and Archambault.G., "Simulation of shear behaviour of a jointed rock mass" , Proc. 11th Symp on Rock Mechanics, 1970.
- [17] Clough, R.W.and.Duncan, J.M., "Finite element analysis of retaining Wall behavior", Proc.ASCE, Vol.97, No.SM12, 1971.
- (18) Goodman, R.E., "Methods of geological engineering in discontinuous rocks" .West Publishing Company, 1976.
- (19) Zienkiewicz, O. C. Valliappan, S. and King, J. P., "Stress analysis of rock as a nontension material" .Geotechnique, V, 18, 1968.
- [20] Bavker, R.M. and Hatt.F., "Joint effects in bedded formation roof control" Proc.14th Symp.on Rock Mechanics.
- [21] Janbu, N.. "Soil compressibility as determined by oedometer test and triaxial tests", Proc. European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, V. 1. Weisbaden, Germany, 1963.