

三维无界元和节理无界元

葛修润 谷先荣 丰定祥

(中国科学院武汉岩土力学研究所)

提 要

本文给出三维十二结点无界元和十结点节理无界元模型及其整套算式,并结合算例,讨论了在这种单元应用中的有关问题,例如衰减函数、衰减中心等等。

在无限域或半无限域岩土工程问题的有限元分析中,纳入无界元、节理无界元这类特殊单元,只要截取有限,甚至很小的计算范围,就能满足计算精度要求和符合无穷远处位移为零的边界条件。因此,这就为岩土工程通常的有限元分析中“计算范围、边界条件不易确定”的困难提供了一种有效的解决手段,而且它在提高计算精度和经济效益方面均有明显的优越性。

一、前 言

在岩土工程有限元分析中,经常遇到无限域或半无限域问题。例如地下洞室围岩应力和稳定性分析,坝基和边坡的抗滑稳定性计算等等。众所周知,有限元方法是分析岩土工程问题的灵活、实用和有效的手段。但对上述边值问题,这种方法往往存在着如何恰当地截取计算范围和合理选取及简化边界条件等问题。事实上,对于同一个有限元网格,同样的材料特性和荷载条件,仅仅因边界约束不同,计算所得的位移和应力场就可相差甚远;针对同一个工程问题,计算范围究竟多大才合适,目前亦是众说纷云的。许多岩土工程课题,其真实的边界条件是无穷远处的位移为零,而采用有限单元模型就难以实现这一点,即使其计算范围取得相当大。况且,离散范围大,会导致单元、节点数大量增加,尤其对于三维问题,这是很不经济的。因此,岩土工程实践和理论分析,迫切需要研究特殊单元,例如无界元^[1]。关于二维问题无界元分析,可参看文献^[2~4]。而在三维有限元分析方面,还很少见到采用无界元的报导和算例。另外,基岩中赋存展布很长的软弱夹层和裂面,为了模拟这种情况,研究和建立节理无界元模型看来也是十分必要的。

本文提出了三维十二结点无界元和十结点节理无界元模型,并给出了相应的整套计算公式。用于无限、半无限域边值问题的三维有限元分析,采用这种特殊单元就可取有限的甚至很小的计算范围,实现无穷远处位移为零的真实边界条件。这既能使计算结果精确,又可缩小离散网格范围,从而减少方程阶数,节约机时,在提高计算精度和经济效益方面均有明显的优越性,而且能使在岩土工程问题通常的有限元分析中,经常遇到的“计算范围和边界条件不易确定”的困难迎刃而解。可见,本文提出的特殊单元是一种十分经济,极其有效的措施。

无界元(包括节理无界元)的基本思想就是适当地选择单元形函数,使局部坐标 $\xi \rightarrow 1$ 时,

整体坐标趋向无穷大,从而实现计算范围伸向无限远;合理地选择位移函数,使 $\xi \rightarrow 1$ 时,位移趋向零,从而实现无限远处位移为零的边界条件。下面将详细论述十二结点无界元和十结点带理无界元的力学特性及其应用。

二、三维十二结点无界元力学分析

三维十二结点无界元模型如图1所示,它可与六面体二十结点等参元配合使用。

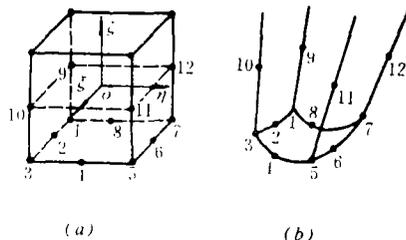


图1 三维十二结点无界元

(一) 无界元的形函数

十二结点无界元几何变换式为

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^{12} N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \\ y &= \sum_{i=1}^{12} N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \\ z &= \sum_{i=1}^{12} N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 N 为形函数,可这样选择:

当 $\zeta \leq 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} N_i &= -\frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(\xi_i \xi + \eta_i \eta - \zeta - 2) & i = 1, 3, 5, 7 \\ N_i &= \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 - \zeta^2) & i = 9 \sim 12 \\ N_i &= -\frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta)\zeta & i = 2, 6 \\ N_i &= -\frac{1}{2}(1 + \xi_i \xi)(1 - \eta^2)\zeta & i = 4, 8 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

当 $\zeta > 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} N_i &= -\frac{1}{4(1 - \zeta)}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)\zeta & i = 1, 3, 5, 7 \\ N_i &= \frac{1}{4(1 - \zeta)}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) & i = 9 \sim 12 \\ N_i &= 0 & i = 2, 4, 6, 8 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 ξ_i, η_i ——结点 i 的局部坐标值。

上述单元形函数满足连续条件,且当 $\zeta \rightarrow 1$ 时,实际单元中与它相对应的界面趋向无穷远处。

(二)无界元的位移函数

十二结点无界元位移变换式为

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^{12} M_i u_i \\ v &= \sum_{i=1}^{12} M_i v_i \\ w &= \sum_{i=1}^{12} M_i w_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 M ——位移函数,根据无界元的基本思想,我们选其为如下形式:

$$M_i = M_i^0 f\left(\frac{r_i}{r}\right) \quad (5)$$

这里的 M_i^0 取 $\xi \leq 0$ 时的 N_i 表达式,即由式(2)给出; $f\left(\frac{r_i}{r}\right)$ 称为衰减函数。

为了得到无限远处位移为零的边界条件,衰减函数必须满足 $r \rightarrow \infty$, $f\left(\frac{r_i}{r}\right) \rightarrow 0$ 的要求,我们取

$$f\left(\frac{r_i}{r}\right) = \left(\frac{r_i}{r}\right)^\alpha \quad \alpha \geq 1 \quad (6)$$

式中 r ——衰减半径,指计算点到衰减中心之间的距离; r_i ——结点 i 的衰减半径。

如果取总体坐标的原点作为衰减中心,则有

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} \quad (7)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{12} N_i x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{12} N_i y_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{12} N_i z_i\right)^2} \quad (8)$$

这样选择的位移函数既满足连续条件,且能实现当 $r \rightarrow \infty$ 时,位移分量 $u, v, w \rightarrow 0$ 的边界条件。

显然,衰减函数 $f\left(\frac{r_i}{r}\right)$ 还可以取满足 $r \rightarrow \infty$ 时,它趋向零的其他类型的函数。

无界元的形函数和位移函数是不相同的,因此无界元不是等参元。无界元的形函数和位移函数明显的特点是满足连续条件的同时,满足无穷远处边界零位移的要求。

(三)无界元的单元刚度和应力表达式

无界元的单元刚度分析和应力表达式可根据等参有限元通常的步骤进行,并可求得类似

的表达形式。只说明一点：无界元物性矩阵 $[D]$ 取用弹性物性矩阵，因为无界元一般安置在工程外围区域，这并不是我们关注的要害部位，可不考虑材料非线性特性。

三、十结点节理无界元特性分析

十结点节理无界元如图2所示，它属无厚度单元，可与三维十二结点无界元、十六结点等参节理元配合使用。

(一)节理无界元形函数

十结点节理无界元几何变换式为

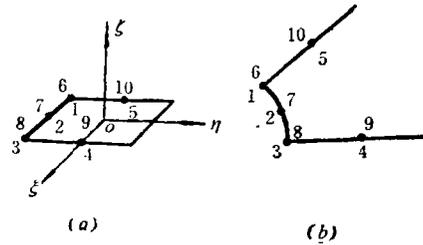


图2 十结点节理无界元

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) x_i \\ y &= \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) y_i \\ z &= \sum_{i=1}^5 N_i(\xi, \eta) z_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中形函数的选择，应考虑到和它配合使用的单元相邻边界的协调问题。

当 $\eta \leq 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= -\frac{1}{2}(1 + \xi_i \xi) \eta (\xi_i \xi - \eta - 1) & i = 1, 3 \\ N_2 &= -(1 - \xi^2) \eta \\ N_4 &= -\frac{1}{2}(1 + \xi_i \xi) (1 - \eta^2) & i = 4, 5 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当 $\eta > 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= -\frac{1}{2(1 - \eta)} (1 + \xi_i \xi) \eta & i = 1, 3 \\ N_2 &= 0 \\ N_4 &= \frac{1}{2(1 - \eta)} (1 + \xi_i \xi) & i = 4, 5 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这样的形函数是连续的，满足使其和十二结点无界元、十六结点等参节理元相邻边相贴合的要求，而且当 $\eta \rightarrow 1$ 时，实际单元相应边界趋向无穷远。

(二)节理无界元的位移函数

节理无界元顶层与底层间相对位移记为 $\{\Delta\delta\}$

$$\{\Delta\delta\} = \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} = [M]\{\delta\}^e \quad (12)$$

式中 $\{\delta\}^e$ ——单元结点位移列阵; $[M]$ ——位移变换矩阵。

$$\{\delta\}^e = [u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2, \dots, u_{10}, v_{10}, w_{10}]^T$$

$$[M] = \begin{bmatrix} -M_1 & 0 & 0 & \dots & -M_5 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & \dots & M_5 & 0 & 0 \\ 0 & -M_1 & 0 & \dots & 0 & -M_5 & 0 & 0 & M_1 & 0 & \dots & 0 & M_5 & 0 \\ 0 & 0 & -M_1 & \dots & 0 & 0 & -M_5 & 0 & 0 & M_1 & \dots & 0 & 0 & M_5 \end{bmatrix}$$

其中 M_i 为位移函数, 类似式(5), 可取为

$$M_i = M_i^0 f\left(\frac{r_i}{r}\right)$$

M_i^0 取用 $\eta \leq 0$ 时的形函数 N_i 形式, 即由式(10)给出。衰减函数和衰减中心同前述。

显然这种位移函数既满足连续条件, 也能实现无穷远处零位移的边界要求。

(三) 节理无界元的应力

对于局部坐标系 $o'-x'y'z'$ (z' 轴为 o' 点微元面的法向, x' 和 y' 相互正交并与 z' 轴正交), 单元相对位移记为 $\{\Delta\delta'\}$ 。

$$\{\Delta\delta'\} = \begin{Bmatrix} \Delta u' \\ \Delta v' \\ \Delta w' \end{Bmatrix} = [L]\{\Delta\delta\} = [L][M]\{\delta\}^e \quad (13)$$

式中 $[L]$ ——坐标转换矩阵,

$$[L] = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 l_i, m_i, n_i ($i = 1, 2, 3$)——局部坐标轴 x', y', z' 的方向余弦。

节理无界元应力表达式如下:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \tau_{x'x'} \\ \tau_{x'y'} \\ \sigma_{z'} \end{Bmatrix} = [D_J]\{\Delta\delta'\} = [D_J][L][M]\{\delta\}^e \quad (15)$$

同理, $[D_J]$ 也取弹性物性矩阵。

$$[D_J] = \begin{bmatrix} K_s & 0 & 0 \\ 0 & K_s & 0 \\ 0 & 0 & K_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中 K_s ——节理的切向刚度系数, K_n ——节理的法向刚度系数。

值得注意的是, 当节理达到极限压密状态时 K_n 应取很大的值。

(四) 节理无界元刚度矩阵

单元刚度矩阵由变分原理可得到

$$[K_J]^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [M]^T [L]^T [D_J] [L] [M] \sqrt{EG - F^2} d\xi d\eta \quad (17)$$

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \right)^2$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \right)^2$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta}$$

有关节理等参元特性分析请参阅文献[5], 节理无界元特性分析和节理等参元有许多共同之处, 差别主要在于形函数和位移函数方面。

四、算例分析

【例1】受均布内压力的球形洞室问题

无限域内一球形空洞, 内径为2m, 承受均布内压力 $q = 10\text{kPa}$ 。其材料 $E = 20\text{MPa}$, $\nu = 0.167$ 。

由于对称, 仅取1/8区域, 计算网格见图3, 计算方案见表1。表中FE代表采用通常有限元。即仅包括等参元(或加上节理等参元)。采用 $\alpha = 1$ 或 2 代表网格外层的无界元(亦可包括节理无界元)的衰减函数取 $f\left(\frac{r_i}{r}\right) = \left(\frac{r_i}{r}\right)$ 或 $f\left(\frac{r_i}{r}\right) = \left(\frac{r_i}{r}\right)^2$ 。以下各例亦如此。

该问题的衰减中心取在坐标原点, 即球心。

计算范围仅取4.5m, 也就是只取图3中内部二层单元, 所得主要计算结果绘于图4。从图4可以看出, 即使仅取一层有限元加一层无界元, 在这么小的计算范围内, 02题的计算结果就已经相当接近理论解^[6]。然而, 在同样范围内, 采用通常的有限元的03题(结点总数还多于02题)却偏离理论解较远。

计算范围取到7.0m(即图3所示计算网格)。计算所得的洞周径向位移值示于图5。图5

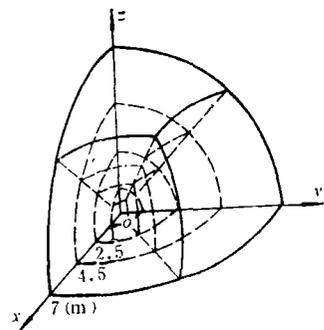


图3 球形洞周计算网格图

表 1

题 号	方 法	等参元(个)	无界元(个)	结点总数
01	$\alpha = 1$	3	3	56
02	$\alpha = 2$	3	3	56
03	FE	6	—	62
04	$\alpha = 1$	6	3	69
05	$\alpha = 2$	6	3	69
06	FE	9	—	85

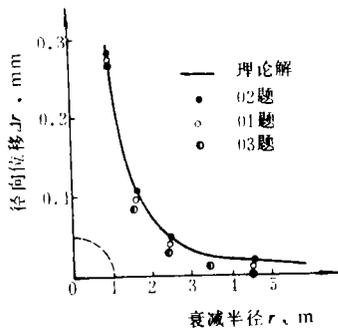


图 4 球形洞周径向位移

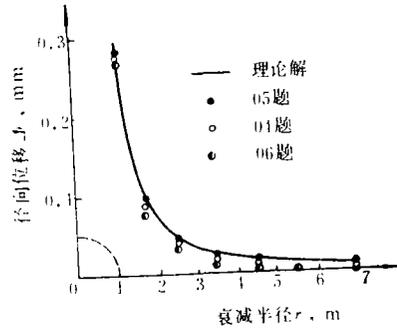


图 5 球形洞周径向位移

中, 05题计算值与理论解极其吻合。而通常有限元的解(06)题与理论解相比较却仍有距离。由于在有限部位, 作了人为的固定约束, 致使通常的有限元解(03题和06题, 尤其03题的结果)总是低于精确的理论解。

图 4 和图 5 还表明: 不同的衰减函数对计算结果虽然有影响, 但无论取 $f = \frac{r_1}{r}$ 或 $\left(\frac{r_1}{r}\right)^2$, 无界元计算结果精度都高于仅用等参元的通常有限元解。对于此例, 取衰减函数 $f = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2$ 所得的结果是最理想的。从该问题的理论解亦可知, 它的径向位移是 $\left(\frac{1}{r}\right)^2$ 的函数。

此例说明, 采用无界元处理无限边界问题是精确和行之有效的, 而且采用无界元就相应地减少了结点总数, 这个优点也是值得注意的。

【例 2】集中荷载或方形均布荷载作用下半无限地基问题

半无限弹性地基承受集中荷载40kN或均布荷载10kPa, 承载面积4×4m²。因是对称的, 计算只取1/4区域。计算网格如图6和图7所示。该课题相应于不同荷载条件、介质情况、计算方法的多种分析方案列表于2。其中03题使用通常有限元, 采用图7计算网格。除此题外都用图6计算网格。无界元衰减中心取在坐标原点。表中前五个题对应的地基假定为均质连续弹性体。E=50MPa, ν=0.3。后六个题, 假设地基在Z=2m的深处, 存在水平无限延伸的软弱结构面。其K_s=38.5kPa/cm, 极限压密前K_n=135.0kPa/cm。该结构面以4个

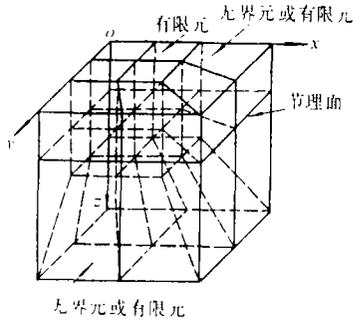


图6 计算网格

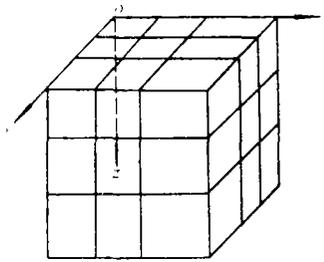


图7 有限元网格

表 2

题号	方法	等参元 (个)	节理等参元 (个)	无界元 (个)	节理无界元 (个)	结点总数	荷载方式
01	$\alpha = 1$	8	—	12	—	100	集中
02	$\alpha = 2$	8	—	12	—	100	集中
03	FE	27	—	—	—	208	集中
11	$\alpha = 1$	8	—	12	—	100	均布
12	$\alpha = 2$	8	—	12	—	100	均布
01J	$\alpha = 1$	8	4	12	4	126	集中
02J	$\alpha = 2$	8	4	12	4	126	集中
03J	FE	20	8	—	—	184	集中
11J	$\alpha = 1$	8	4	12	4	126	均布
12J	$\alpha = 2$	8	4	12	4	126	均布
13J	FE	20	8	—	—	184	均布

节理等参元加 4 个节理无界元或 8 个节理等参元模拟。

01~03题模拟同一个课题,即集中荷载作用下均质弹性地基问题。计算所得的沿 z 轴和 x 轴结点的沉降值分别绘于图 8 和图 9。从图上不难看出:01题(即采用无界元,且 $\alpha = 1$)的计算结果十分接近理论解。02题(即采用无界元, $\alpha = 2$)的结果也能令人满意。03题(采用通常等参有限元)的结果偏离理论解远些。

当考虑地基中存在水平软弱结构面时,相应于集中荷载方式的01J~03J题,有类似上述三题的规律,即01J题与02J题结果相近,采用通常有限元的03J题的结果和它们相差较远。

承受均布荷载的计算结果,其规律也与集中荷载的相类似:对同一方案,采用无界元,取二种不同衰减函数时所得计算结果是相近的;采用通常有限元,所得结果总是最小。这也是在有限边界上“人为”固定约束造成的。由于篇幅关系,这里就不将各题结果都一一给出。

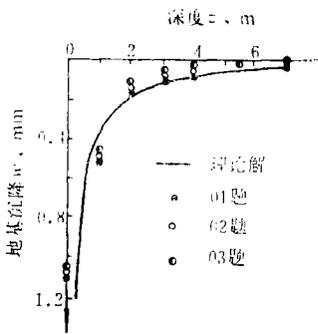


图8 地基沉降值

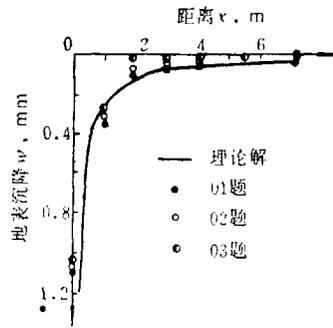


图9 地表沉降值

仅将11和11J题沿z轴和x轴上结点的沉降值分别示于图10、图11。这两题的差别仅仅在于地基下是否含一水平软层。图10的曲线表明:软层对其下部地基沉降值影响不大,两题的曲线十分接近。但软层顶层及其上部结点沉降量明显增大。图11表明:在均布荷载范围内(x = 2m)软层的存在使沉降量明显增大。这都是因在法向应力作用下软层相对压密的缘故。也充分表明了地基中软弱结构面对地基沉降的重要影响。

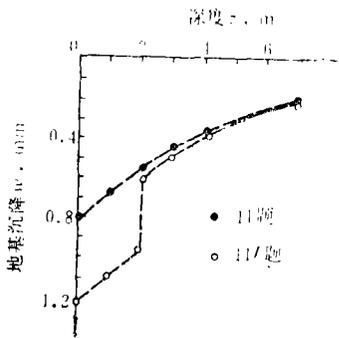


图10 地基沉降曲线

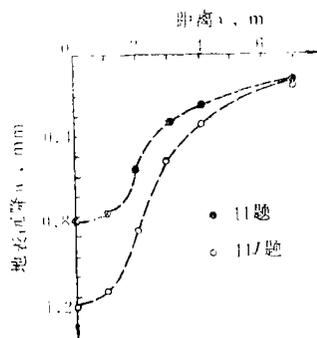


图11 地表沉降曲线

该例计算结果表明,衰减函数取 $f = \frac{r_i}{r}$ 为好。该问题的布辛涅斯克(Boussinesq)理论解^[6]也具有类似函数形式。该例又一次证实了衰减函数的形式和理论解位移函数的形式一致时,其结果最理想。由此例亦证实了无界元方法的精确有效性,以及对于岩土工程问题,考虑结构面对变形和稳定性的控制作用是十分必要的。显而易见,本文提出的节理无界元和无界元对于岩土力学和工程问题的分析研究具有一定的意义。

【例3】 软弱夹层现场剪切试验的三维分析

试体和基岩属下白垩系红色砂岩。 $E = 1.6\text{GPa}$, $\nu = 0.3$ 。剪切面为红棕色粉砂质粘土岩的泥化夹层,性状比较软弱。 $K_s = 2.6\text{MPa/cm}$, 极限压密前 $K_n = 9.8\text{MPa/cm}$ 。剪切面积 $60 \times 50\text{cm}^2$ 。试体上部有均布荷载 $q = 0.8\text{MPa}$, 承载面积 $50 \times 30\text{cm}^2$ 。试体左侧有推力 T , 沿宽度方向均匀分布。推力呈水平向(图12(a)),或呈倾斜向(图12(b)),该算例推力取图12(a)方式,其合力为 24kN 。所论问题对称于 oyz 平面,故计算区域只取 $x \geq 0$ 一侧。如图12(c)。

本问题的二维有限元分析请参考文献[7]。

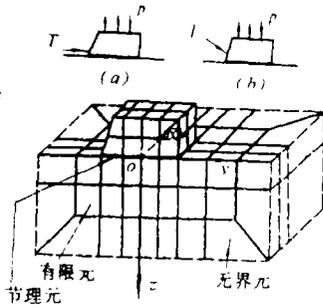


图12 计算网络和荷载方式示意图

而且左端(即推力施加端)大于右端。最大值为 -92.4kPa ,在左端角点上。最小值为 -67.5kPa 。它们与平均剪应力 80kPa 相比,剪应力波动不超过16%。软层应力分布尚均匀,这是因为软层性状软弱, K_x 和 K_n 都比较低的缘故。

为了对比起见,我们采用本文所提的方法和通常有限元方法分别作了计算,表3给出这两方法的单元、结点数。

采用本文方法的01题所得剪切面上应力分布示于图13和图14。法向应力有周边高、内部低的趋势,沿 y 轴方向波动大些。法向应力最大值为 -431kPa ,最小值为 -364kPa 。与平均法向应力 -400kPa 相比,波动范围在9%之内。从图14可见,剪切应力亦具周边高于内部的特点,

表3

题号	等参元(个)	等参节理元(个)	无界元(个)	结点总数(个)
01	58	8	57	517
02	124	8	—	831

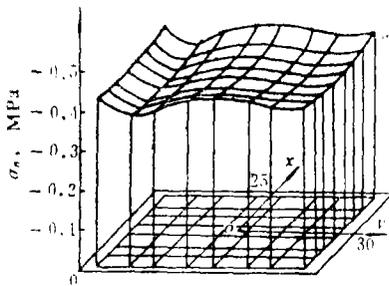


图13 剪切面法向应力分布图

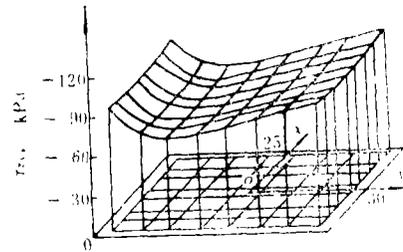


图14 剪切面切向应力分布图

采用通常有限元的02题所得弱面应力和相对位移的结果与01题的相接近。但这两题一一对应的结点的绝对位移值都比01题的略小。如前所述,这也是因为通常有限元法在并非无穷远处将边界给予固定而造成的。总体而言,还是采用无界元01的题更合理、更精确。而且这题结点总数少314个,从而解题速度比01题快许多(两题的计算机时相差6倍之多)。由此可见无界元和节理无界元的经济实用价值。

五、结 语

本文给出了三维无界元和节理无界元模型和计算公式。几个算例结果表明:无界元、节理无界元作为有限元分析中的特殊单元类型将为解决岩土力学和岩土工程中无限、半无限域边界问题指出了一条很好的途径。

1. 无界元、节理无界元可以实现无穷远处位移为零的边界条件,因此它们是分析具有无限、半无限域岩土力学和岩土工程问题的很好手段。这种单元概念清楚,与等参元相比较,

其差别在于选择不同的形函数和位移模式。因此在有限元分析程序中纳入无界元、节理无界元是简单易行的。它能改善计算精度、节省计算时间,确是一举两得、行之有效的好方法。

2.算例表明:采用无界元,无论衰减函数取 $\frac{r_i}{r}$ 或 $(\frac{r_i}{r})^2$,计算精度都高于通常有限元解。从这个意义上说,对于工程问题,衰减函数的影响不大。但严格地说,不同衰减函数,结果还是略有差异的。算例揭示,衰减函数的形式与理论解位移函数形式相一致为最佳。因此,对于具体的问题,可采取与弹性理论中相近问题相类比的办法,根据弹性理论解恰当地选择满足无界元要求的衰减函数。

3.衰减中心取坐标原点可使计算简捷。通常坐标原点大多定在问题的几何中心或等效合力作用点。因此衰减函数取在这里也是合理的。

4.算例也表明:采用本文建议的单元,计算范围可以取得比较小。这将大大简化网格,减少用于模拟人们关心的区域以外的结点自由度,从而节省机时和经费。

5.许多岩土工程问题都要首先确定初始应力场,然后进行开挖卸荷分析。目前,常规的作法是在边界上施加荷载或位移,并同时考虑材料自重,计算出区域的初始应力场。当采用无界元、节理无界元时,这种求初始应力场的方法已不适用,必须加以改造。由于本文建议的单元,布置在计算区域外围,对有些情况,有关外围的初始或次生应力问题可不作讨论。这时,似乎可视外围区域容重为零。这是对上述前提下的一种处理方式。诚然,采用无界元后,如何处理初始应力场的问题,尚有待进一步系统研究。

本文计算工作是以三维有限元程序GJP-1为基础^[8],增加无界元和节理无界元特殊单元功能以及方程组新的解法^[9]之后,在中国科学院武汉分院PE-3220小型计算机上完成的。计算和文稿准备过程中得到杨家岭、冯树仁等同志的帮助,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Brebbia, C. A., New Developments, Proceeding of the International Conference on Finite Element Methods, August, 1982, Shanghai, China.
- [2] Beer, G., Infinite Domain Elements in Finite Element Analysis of Underground Excavations, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.7, No.1, 1983.
- [3] Beer, G. and Meek, J. L., Infinite Domain Elements, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 17, 1981, pp.43-52.
- [4] 吕明, 无界元及其在岩土工程中的应用, 岩土(82)18, 水电部水利水电科学研究院。
- [5] 谷先荣、葛修润, 等参数节理单元及其应用, 岩土力学, 1980年第2期。
- [6] Timoshenko, S. and Goodier, J. N., Theory of Elasticity, Mcgraw-Hill Book Company, 1952.
- [7] Ge Xiurun, Non-linear Analysis of a Joint Element and Its Application in Rock Engineerings, Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 5, 1981, pp.229-245.
- [8] 袁建新、王可钧、杨家岭, GJP-1含节理的三维弹性静力程序, 岩土力学, 1983年第4期。
- [9] 葛修润、杨家岭, 双列块法——大型稀疏对称线性代数方程组的一种有效解法, 岩土力学, 1985年第2期。

Three-dimensional Infinite Domain Elements and Joint Infinite Domain Elements

Ge Xiurun, Gu Xianrong and Feng Dingxiang

(Institute of Rock and Soil Mechanics Academia Sinica, Wuhan, China)

Abstract

A model consisting of 12-node infinite domain elements and 10-node joint infinite domain elements and the complete set of formulae are presented in this paper for three-dimensional problems. On the basis of the calculation examples the problems associated with the application of elements of this sort are discussed, such as the decay function and the decay center and so on.

The introduction of these special elements into the infinite or semi-infinite domain FE analysis of the geomechanical engineering problems leads to a satisfactory calculation accuracy and the fulfilment of the boundary conditions of zero displacement at infinity, with only a limited or even a small calculation region being taken into consideration. Thus it comes as an effective approach to determination of the calculation region and boundary conditions, and has the apparent advantage in the calculation accuracy, economy and effectiveness.