

抗滑稳定分析新方法——矢量和分析法的基本原理及其应用

葛修润^{1, 2, 3}

(1. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071;

2. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 3. 上海交通大学 岩土力学与工程研究所, 上海 200030)

摘要: 众所周知, 边坡稳定分析、坝基抗滑稳定分析、基坑和地下空间壁面稳定分析等重要工程课题都可归结为抗滑稳定分析这一范畴, 它既有重要的理论意义, 又有很高的工程应用价值。目前, 在抗滑稳定分析中极限平衡法和有限元强度折减法是最常用的分析方法, 但它们中的绝大多数都是建立在强度折减的原则上的。将“强度折减”用于抗滑稳定分析方面具有许多不足之处, 特别需要指出的是: 对这种将潜在滑动面上的下滑力与用强度折减得到抗滑力达到极限平衡时的状态, 只是一种人为设定的虚拟状态, 以此作为评判稳定与否和计算抗滑稳定安全系数是很不合适的。实际上, 抛弃强度折减法按当前潜在滑动体的实际受力状态和实际的材料性能去评判稳定状态和计算抗滑稳定安全系数是一种更健康的概念, 也是完全可能实现的。本文提出的抗滑稳定分析领域的一种新方法——矢量和分析方法就是以此为出发点的。本文首先给出矢量和分析方法的基本概念, 随之提出抗滑稳定安全系数更科学合理的定义, 并给出平面问题抗滑稳定分析的全套算法。该方法完全不需要迭代算法, 可以直接采用显式来计算抗滑稳定安全系数。对经典的平面问题算例用几种著名的极限平衡分析法与矢量和法分析结果进行对比, 验证矢量和分析法是科学和合理的。将二维矢量和法扩展到三维问题, 对三维矢量和分析方法和公式进行推导, 特别是对潜在滑体的下滑方向做了详细探讨。通过三维问题典型算例的对比分析表明, 矢量和分析法的结果不但合理, 而且比其他方法更为简便, 体现了该方法在三维抗滑稳定分析方面的重大优越性。文章给出了矢量和分析法运用于我国一个重大工程的实例, 在文中也给出了该方法在动力分析方面的应用。在动力分析中, 矢量和法很容易得到抗滑稳定安全系数与时程曲线的关系, 这是其它分析方法很难做到的。作为抗滑稳定分析方面的一种新思维和新方法, 矢量和分析法将会在许多重大工程问题中得到越来越多的应用。

关键词: 边坡工程; 抗滑稳定; 矢量和分析方法; 极限平衡法; 强度折减法

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

A NEW METHOD FOR ANTI-SLIDING STABILITY ANALYSIS—BASIC PRINCIPLE OF VECTOR SUM ANALYSIS METHOD AND ITS APPLICATION

GE XiuRun^{1, 2, 3}

(1. *Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China;* 2. *State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Wuhan, Hubei 430071, China;*
3. *Institute of Geotechnical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China*)

Abstracts: As is well known, it can be attributed to the category of anti-sliding stability analysis for stability analysis of slope engineering, dam foundation, foundation pit and underground wall, and so on. All these project

收稿日期: 2010-08-18; 修回日期: 2010-09-28

作者简介: 葛修润(1934-), 男, 现任中国工程院院士、教授、博士生导师, 主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail: gexiurun@whrsm.ac.cn

issues have not only theoretical significance, but also great value in engineering application. At present, Limit Equilibrium Method(LEM) and strength reduction by finite element method (FEM) are the most common methods for anti-sliding stability analysis. But most of them are based on the principle of strength reduction. There are some disadvantages in anti-sliding stability analysis with strength reduction method. It needs to be specially pointed out that the state is only an artificial virtual state when the sliding body reach limit equilibrium by strength reduction, and it is not appropriate for evaluating the stability and calculating the factor of safety against sliding based on this virtual state. In fact, it is a more reasonable and feasible concept that discarding the strength reduction principal and analyzing the stability issues based on the actual stress state and the material properties of the sliding body. In this paper, a new approach—Vector Sum Analysis Method(VSAM) is put forward in the field of anti-sliding stability analysis. Different from LEM and strength reduction by finite element method (FEM), this method is based on the actual stress state of the sliding body. The basic concept of VSAM is given firstly, and then a more scientific and reasonable definition of factor of safety against sliding is provided and the whole algorithm of plane problems with this method is also included. It doesn't need iterative algorithm at all and the factor of safety against sliding can be obtained explicitly. The comparison results of classical plane problems with VSAM and several famous LEMS prove that the VSAM is scientific and reasonable. Furthermore, Three-dimensional VSAM are also derived and the potential sliding direction of whole sliding body is discussed in detail specially. At the same time, many classical three-dimensional problems are comparatively analyzed with this new method and many LEMs, and the calculating results show that the VSAM is not only reasonable, but also simpler than some other methods, which reflect great superiority of the VSAM in three-dimensional anti-sliding stability analysis. At last, two-dimensional and three-dimensional VSAM are applied in practical major projects. Additionally, The application of VSAM in stability analysis under seismic load is also provided in this paper, and the factors of safety against sliding versus time can be obtained easily, which is very difficult for stability analysis under seismic load with other methods. As a new approach and method in the field of anti-sliding stability analysis, it will be more and more applied in many important engineering problems with VSAM.

Key words: Slope engineering; Stability analysis; Vector Sum Analysis Method(VSAM); Limit Equilibrium Method(LEM); Strength reduction method

1 引言

抗滑稳定分析问题是一类涉及大坝坝基、边坡、地下洞室和基坑坑壁稳定等重大工程问题的分析方法。它具有重大的理论意义,也有广泛的工程应用背景。关于该问题的研究已有相当长的历史。虽然它并不是一个新课题,而且也有了以极限平衡分析法为主流的一套似乎已经很成熟的分析方法,而且有的方法已进入到了各有关部门的设计规范,但就笔者看来它还没有得到完美地解决,似乎还存在很多不足之处。对这一相对古老的课题还需要用一种新思维去探索一条新的解决之路,这就是笔者撰写本文的初衷。

首先,简要回顾极限平衡分析法等的发展历程和其中存在的问题。

从1927年W. Fellenius^[1]提出边坡稳定分析的早期条分法,即著名的瑞典法算起,经过80多年来

的发展,极限平衡分析法已取得长足的进步。瑞典法是建立在圆弧滑动面基础上的,而且又是孤立条块,条块之间不传力,潜在滑动面上采用摩尔-库伦强度准则,因此抗滑稳定安全系数 K 可以用很简单的算式来表示,即

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n (\sigma_i f_i + c_i) \Delta l_i}{\sum_{i=1}^n \tau_i \Delta l_i} \quad (1)$$

式中: σ_i , τ_i 分别为作用在圆弧状滑动面第 i 段的平均法向应力和平均剪应力,且以压应力为正; Δl_i 为第 i 段的段长; f_i , c_i 分别为第 i 段的抗滑摩擦系数和黏聚力; n 为圆弧状滑动面的分段总数。

这个以代数和描述的安全系数计算公式相对于圆弧状滑动面来说是合理的,因为式(1)满足力矩平衡原理,代数和式能够成立。对于沿一个平面发生滑动的情况,式(1)也可以成立。

以边坡问题为例,在通常情况下,潜在滑动面

并非圆弧状,它可以由多个直线段组成的折线状,也可以是任意的曲线。条块间的作用力不能忽略,条块间作用力的分布特点即作用点位置和作用力的方向可以有不同的假设。作用在坡体的荷载也是复杂的,例如有地下水、地震和其他类型的荷载作用在坡体表面和坡体内。这些因素极大地促进了极限平衡条分法的发展。众所周知,坡体作用在滑动面上的应力分布,由于是一个超静定问题,不作假定是难以算出的。数十年来极限平衡条分法围绕对条块划分方式、对条块界面上作用力的大小、方向和作用点的种种不同的假定,以及安全系数的评定方式等形成了多种著名的方法,例如,简化 Bishop 法, Janbu 法, Low-Karafiath 法, Mongenstern-Price 法, Spencer 法和 Sarma 法等。

极限平衡稳定分析方法在我国近年来已从二维向三维扩展,并取得了良好的进展。最近又有了“无条分”的极限平衡分析法和严格三维平衡法面世^[2, 3]。

近年来随着有限元方法的普及,在边坡与坝基抗滑稳定分析中采用有限元分析也已日益普遍^[4-8]。

但是,用极限平衡分析法或有限元分析法去探求工程问题的抗滑稳定系数时,几乎都是建立在强度折减概念基础上的。笔者有3点基本看法,一是极限平衡法并不一定要(或者说有必要)与强度折减法联系在一起。在20世纪60年代中期,笔者在研究我国某大型矿山边坡稳定时曾提出用极限平衡图解法将作用在最后一个条块外界面的力经过适当变换就可推导出直接求解抗滑稳定安全系数的 K_s 法^[9],当然这个 K_s 法也就抛弃了迭代解法和强度折减法,该方法后来再加以拓展就形成了在我国很有影响的“余推力法”。二是建立在强度折减基础上抗滑稳定安全系数存在许多问题,其合理性值得商榷。三是由于力是一个矢量,有关抗滑稳定安全系数的算式中,力的叠加应是矢量的叠加,只有在某种特殊情况下才能采用代数和。

2 关于以强度折减值 F 评估抗滑稳定安全系数 K 值合理性的讨论

目前普遍使用抗滑稳定安全系数(FOS)作为安全程度的评价指标,都是先假定一个强度折减系数 F ,将潜在滑动面的剪切强度(用 c , φ 来表示,其中 c 为黏聚力, φ 为内摩擦角)都除以 F 值,然后进

行分析计算,通过不断调整 F 值使潜在滑动面上的抗滑能力与下滑能力达到极限平衡,将此时采用的 F 值作为潜在滑动面抗滑稳定安全系数值 K 。

笔者看来此算法存在许多不合理之处:

(1) c 、 φ 值取同样的强度折减系数不甚合理

众所周知,在采用摩尔-库伦强度准则时, c , φ 是抗剪强度的2个参数。其在强度准则中所起的作用不同,力学属性也不同^[10]。以边坡为例,工程中遇到的边坡有不同类型,有的在保持稳定性方面 c 值起重大作用,有的是 c 值不起多少作用而 φ 值起关键作用。因此,采用统一强度折减值 F ,实际上对于不同性质的边坡其安全裕度的内涵是不一样的。

(2) 如果将 c , φ 值分别除以不同的折减系数,即 F_c 和 F_φ ,则使得问题复杂化,将得到无穷多的 F_c 和 F_φ 的组合。

(3) 如果固定一个参数不变,只变动另一个参数,那么也有两个解答。这也就不再能成为安全系数的定义。

(4) 当一个潜在滑动面切过性质不同的多种介质时,对不同介质却采用统一的强度折减值 F 作为边坡的安全系数更是十分勉强。

(5) 如果采用摩尔-库伦强度理论, φ 值的取值是有条件的。郑宏等^[7]已经证明,在对强度参数进行折减的同时,必须对泊松比 μ 作相应调整,使其满足不等式

$$\sin \varphi \geq 1 - 2\mu \quad (2)$$

这样才能得到合理的分析结果。如果调整 φ 值时,也需调整 μ 值,那么这个安全系数将不再成为其原先定义的强度折减型安全系数。如果不调整 μ ,而且不满足式(2)时,结果将是不合理的。

(6) 应该指出强度折减后得到的坡体和潜在滑动面上的力学状态并不是一个真实的状态,而只是某种虚拟状态。应该以其当前的真实力学状态和力学参数出发去评估抗滑稳定安全系数值,这显然要比从虚拟状态出发得到的安全系数值更为合理。

(7) 当采用有限元分析时对岩土介质要实施强度折减的范围如何确定?由于强度折减的范围大于潜在滑动体范围,引起在不应该出现塑性区或破坏区的部位出现这些区域,这已是共识。这些区域的出现显然会影响整体的状态,从而也会影响据此得出的安全系数值的合理性。

(8) 采用强度折减 F 值时, 当总体很接近于极限平衡时, 此时有限元的求解将十分困难, 常常很难收敛, 因此产生了一个如何判断是否已处于极限状态时的综合评判问题。另一方面, 这种非线性计算与选取的本构模型、强度判别准则等都有很大关系。不同的人会采用不同本构模型和强度准则。这就给这种强度折减型的抗滑稳定安全系数的可靠性和合理性带来诸多不确定性和问题。

3 边坡和坝基抗滑稳定安全系数“矢量和”分析方法的提出及基本概念

笔者认为, 最经典抗滑稳定安全系数 K 的定义应该是: 坡体在当前真实的应力状态下, 采用现实和合理的物理抗剪强度参数条件, 在受各种荷载(包括自重和动力荷载)作用条件下, 潜在滑动面所能提供的极限抗滑力的总和与作用在潜在滑动面上滑动力的总和之比。笔者提出的矢量和分析法基于如下 5 点:

(1) 力是矢量, 这里说的“总和”, 并不是力的简单叠加。把作用在潜在滑动面上各分段的滑动力矢量按矢量和合成为导致坡体可能发生滑动的力矢, 称之为总滑动力矢。同理, 把作用在潜在滑动面上各分段的抵抗滑动的力矢, 通过“矢量和”形成总抗滑力矢。

(2) 两者必须在某一方向上进行投影才能计算出具有标量性质的抗滑稳定安全系数 K 。

(3) 要确定最合理、且有明确物理含义的投影方向。

(4) 在二维状态下总滑动力矢与总抗滑力矢在一个平面内。以潜在滑动面的法向力引起总抗滑剪力矢的反向作为投影方向是可取的。

(5) 在三维状态下采用同样的原则, 将潜在滑动面上各微元面的滑动力通过矢量和合成总滑动力矢, 各微元面上的抗滑力通过矢量和合成总抗滑力矢。将总滑动力矢与总抗滑力矢向潜在滑动体的滑动趋势方向投影, 两者比值称之为矢量和法抗滑稳定安全系数, 或简称为 K_{vs} 。

4 矢量和分析法的提出和发展过程

1983 年, 笔者应潘家铮先生的邀请出席在河北承德召开的水工非线性程序研讨会时, 在会上首次

提出了抗滑稳定可考虑用矢量和分析法的概念, 并在会上用图解法推导了平面问题计算抗滑稳定安全系数的显式。20 多年来笔者及其同事们一直在探索这个问题, 并不断取得一些进展^[11~15]。

5 二维抗滑稳定问题的矢量和分析法

5.1 矢量和分析法的基本假定与原则

(1) 以二维问题为研究对象, 边坡或坝基所构成的计算区域为 Ω , 已知 Ω 内的潜在滑动面 L , 构成的滑动区域为 S 。

(2) 边坡与坝基的荷载、边界条件、岩土体的基本物理力学参数已通过勘察获得, 用有限元法等数值方法可计算出边坡与坝基内的应力分布状态。

(3) 滑动面上岩土体的强度特性服从摩尔-库仑强度准则。在应力分布已知时, 岩土体的抗剪强度为

$$\tau_f = c + \sigma \tan \varphi \quad (3)$$

(4) 确定投影方向, 即滑动趋势方向, 其与 x 轴的夹角为 θ , 或简称计算方向 θ 。

(5) 二维问题矢量和法安全系数可用 $K(\theta)$ 定义为: 沿计算方向 θ , 滑动面上提供抗滑力的各力沿此方向投影的代数和 $\sum R(\theta)$ 与提供滑动力的各力沿此方向投影的代数和 $\sum T(\theta)$ 比值, 即

$$K_{vs} = K(\theta) = \frac{\sum R(\theta)}{\sum T(\theta)} \quad (4)$$

5.2 平面问题矢量和分析法计算方向 θ 的算式

假定在边坡与坝基的荷载、边界条件、滑动面位置、岩土体的基本物理力学参数已知的情况下, 用有限元法计算的潜在滑动面上任意一点 i 在局部坐标系 $X'O'Y'$ 下的应力为 σ_i 和 τ_i , 点 i 处的一微弧段为 Δl_i , 点 i 处滑动面的切线与坐标系 X 轴正向的夹角为 α_i , 如图 1 所示。

应力以压为正, 以拉为负。角度的正负规定为: 从 X 轴正向出发沿逆时针方向的角度为正, 沿顺时针方向的角度为负, 图 1 所示的 α_i 为负。

根据摩尔-库仑强度准则, 则滑面上任意一点 i 处极限抗滑剪力大小为

$$\tau_{fi} = c_i + \sigma_{ni} \tan \varphi_i \quad (5)$$

由图 1 可知, 滑面上任意一点 i 处极限抗滑剪力的方向与该点下滑力的方向相反, 即沿该点切线

方向,所以任意一点*i*处极限抗滑剪力在*x*, *y*方向投影为

$$\tau_{fi}\Delta l_i \text{ 在 } X \text{ 方向的投影 } F_{xi} \text{ 为}$$

$$F_{xi} = -\tau_{fi}\Delta l_i \cos \alpha_i \quad (6)$$

$$\tau_{fi}\Delta l_i \text{ 在 } Y \text{ 方向的投影 } F_{yi} \text{ 为}$$

$$F_{yi} = -\tau_{fi}\Delta l_i \sin \alpha_i \quad (7)$$

所以,整体下滑趋势方向角 θ 为

$$\theta = \arctan \frac{\sum F_{yi}}{\sum F_{xi}} \quad (8)$$

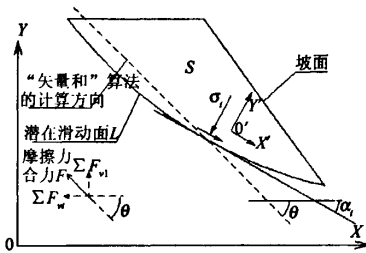


图1 边坡整体下滑趋势方向角的确定

Fig.1 Determination for angle of global sliding tendency of a slope

5.3 平面问题矢量和方法求解抗滑稳定解析表达式

边坡抗滑稳定分析“矢量和”法的安全系数计算示意图如图2所示。以潜在滑动面为研究对象,在滑动面上某一点*i*处,岩土体的黏聚力为*c_i*,内摩擦角为 φ_i ,滑体作用于基岩潜在滑动面上的荷载为正应力 σ_i 和剪应力 τ_i ,反力为 σ'_i 和 τ'_i ,相互之间分别构成作用力与反作用力,即

$$\sigma'_i = \sigma_i \quad \tau'_i = \tau_i \quad (9)$$

安全系数计算方向和滑动面切线与*X*轴正向的夹角分别为 θ 和 α_i , θ 由式(8)确定。

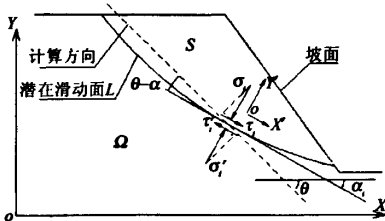


图2 平面问题矢量和法安全系数求解示意图

Fig.2 Sketch for solving vector sum safety factor

以下推导式(4)的具体表达式:

(1) 滑动面上的滑动力由外部荷载和自重引起,在滑动面的一个微段 Δl_i 内,就是由滑动面上该处的 σ_i, τ_i 引起,将各种引起滑动的力沿安全系数计算方向 θ 进行投影,并应用式(9),然后求和即为式(5)中的分母项。

$\tau_i\Delta l_i$ 的投影为

$$T'_\tau = \tau_i\Delta l_i \cos(\theta - \alpha_i) \quad (10)$$

$\sigma_i\Delta l_i$ 的投影为 T'_σ

$$T'_\sigma = \sigma_i\Delta l_i \sin(\theta - \alpha_i) \quad (11)$$

由此可得

$$\sum T(\theta) = \sum T'_\tau + \sum T'_\sigma \quad (12)$$

(2) 潜在滑动面上的抗滑力由岩土体的黏聚力、摩擦力及基岩对滑动面的法向反力提供;滑动面的一个微段 Δl_i 内,黏聚力与摩擦力之和即为滑动面岩土体的抗剪强度 τ_{fi} ,其值由摩尔-库仑强度准则计算,基岩对滑动面的法向反力为 σ'_i ,有

$$\tau_{fi} = c_i + \sigma_i \tan \varphi_i \quad (13)$$

$\tau_{fi}\Delta l_i$ 的投影为

$$R'_\tau = \tau_{fi}\Delta l_i \cos(\theta - \alpha_i) \quad (14)$$

$\sigma'_i\Delta l_i (= \sigma_i\Delta l_i)$ 的投影为

$$R'_\sigma = \sigma_i\Delta l_i \sin(\theta - \alpha_i) \quad (15)$$

由此可得

$$\sum R(\theta) = \sum R'_\tau + \sum R'_\sigma \quad (16)$$

(3) 将式(12), (16)代入式(4),得矢量和法安全系数的表达式

$$K_{vs} = K(\theta) = \frac{\sum R(\theta)}{\sum T(\theta)} = \frac{\sum R'_\tau + \sum R'_\sigma}{\sum T'_\tau + \sum T'_\sigma} \quad (17)$$

将式(10), (11), (13)~(15)代入式(17)并展开得

$$K_{vs} = K(\theta) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n [(c_i + \sigma_i f_i) \cos(\theta - \alpha_i) + \sigma_i \sin(\theta - \alpha_i)] \Delta l_i}{\sum_{i=1}^n [\tau_i \cos(\theta - \alpha_i) + \sigma_i \sin(\theta - \alpha_i)] \Delta l_i} \quad (18)$$

当 σ_i 为拉应力时,可令该微段提供的 $\sigma_i \tan \varphi_i = 0$ 。

6 平面问题的矢量和与分析结果与边坡标准考题的比较

以1987年澳大利亚计算机应用协会(ACADS)

考题 1 中的 EX1(a), (c) 为例来说明^[14]。

考题 EX1(a) 为一均质土坡, 其计算模型及尺寸如图 3(a) 所示。考题 EX1(c) 为非均质土坡, 其轮廓尺寸与 EX1(a) 相同, 但坡体由 3 种土层组成, 计算模型及尺寸如图 3(b) 所示。

如图 3 所示的滑动面为陈祖煜^[16]采用 STAB 程序求得的临界滑动面, 本算例即以此滑动面进行边坡稳定分析的计算, 考题 EX1(c) 的滑动面同时穿过 3 种土层。

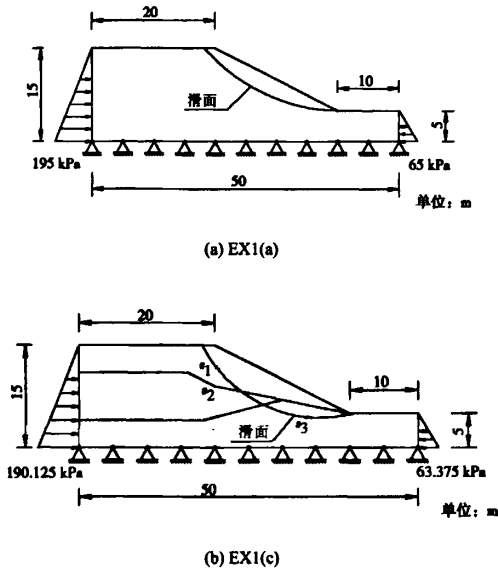


图 3 ACADS 考题计算模型(单位: m)

Fig.3 Calculating models of ACADS(unit: m)

基于有限元分析, 运用边坡与坝基稳定的矢量和分析方法, 各种方法计算结果见表 1。

表 1 ACADS 考题的裁判答案与各种计算方法所得结果对比表

Table 1 Comparisons of safety factors for ACADS with different calculating methods

分析方法	计算程序名称	安全系数	
		EX1(a)	EX1(c)
极限平衡法	Donald(推荐)	1.000	1.390
	SSA	1.000	1.390
	STAB	0.991	1.385
	GWEDGEM	1.000	1.390
	EMU	1.000	1.390
	Fredlund	0.990	1.406
矢量和法	ANSYS(弹性)	1.011	1.384

注: 考题 EX1(a)和(c)中的矢量和法投影角分别为 -21.82° 和 -21.51°

由表 1 可知, 运用矢量和分析方法对 2 个标准考题计算的结果与依据极限平衡法得到的各裁判答案非常接近, 考题 EX1(a), (c) 运用本文提出的方法的计算结果与推荐的 Donald 的裁判答案相比, 其相对误差分别只有 1.06% 和 0.43%。

7 非圆弧滑动面边坡稳定安全系数平面问题的矢量和方法分析

7.1 计算模型

为了进一步考察矢量和分析法的一些特点, 本节选取的滑动面形状有: 单直线、双折线、三折线和任意曲线等 4 种。各计算模型如图 4 所示。

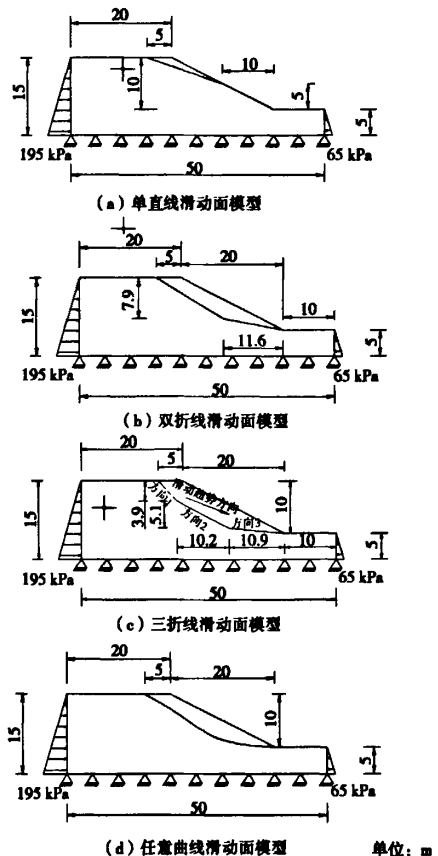


图 4 4 种非圆弧型滑动面模型(单位: m)

Fig.4 Four kinds of model with non-circular surfaces(unit: m)

各模型的材料参数、外形尺寸和边界条件与节 6 中 ACADS 的标准考题 EX1(a) 相同, 在矢量和分析中采用有限元方法。

7.1 非圆弧滑动面平面问题矢量和与分析方法与其他方法计算结果的对比

采用矢量和法与极限平衡法对4种滑动面进行计算所得到的安全系数如表2所示,结果较为接近。极限平衡法采用GEO-SLOPE Office5软件,表2中的M-P法为Morgenstern-Price法, L-K法为Low-Karafiath法。

表2 矢量和法与极限平衡法计算结果对比

Table 2 Comparison of safety factors obtained from vector sum method and limit equilibrium method

滑动面类型	极限平衡法安全系数		矢量和方法: 有限元弹性			
	M-P法	Bishop法	L-K安全系数	计算方向 K _{vs}	θ/(°)	单元数 节点数
单直线	1.684	1.678	1.682	1.668	-18.43	4274 4447
双折线	1.071	1.139	1.076	1.091	-20.96	2195 2324
三折线	1.097	1.163	1.106	1.101	-20.00	2199 2328
任意曲线	1.047	1.116	1.050	1.073	-20.45	2338 2467

8 有关矢量和与分析方法的讨论

8.1 有限元网格单元尺寸大小对矢量和与分析方法得出的K_{vs}的影响

以三折线滑动面作为算例,采用不同单元尺寸进行剖分,并采用弹性计算所得出的计算方向θ和抗滑稳定安全系数(见表3)。算例表明,单元尺寸大小对K_{vs}影响不大。大单元尺寸的K_{vs}稍大于小单元尺寸的K_{vs},但两者的相对差值仅1.10%。

表3 单元尺寸对矢量和法安全系数的影响

Table 3 Influences of element size on vector sum safety factor

单元尺寸 (m×m)	单元 数量	安全系数 K _{vs}	相对误差 /%	计算方向 θ/(°)	相对误差 /%
0.9×0.9	642	1.1116	1.10	-20.05	0.56
0.8×0.8	844	1.1086	0.83	-20.10	0.81
0.7×0.7	1107	1.1060	0.59	-20.04	0.51
0.6×0.6	1471	1.1033	0.35	-20.04	0.51
0.5×0.5	2085	1.1027	0.29	-19.98	0.21
0.4×0.4	3423	1.1011	0.15	-20.03	0.46
0.3×0.3	5902	1.1005	0.09	-20.03	0.46
0.2×0.2	13433	1.1012	0.15	-19.96	0.11
0.1×0.1	49986	1.0997	0.00	-19.938	0.00

注: 相对误差以0.1m×0.1m单元的K_{vs}为基础。

8.2 矢量和与分析方法中采用弹性和弹塑性应力状态对K_{vs}的影响

为了考察弹性和弹塑性应力状态对安全系数的

影响,分别对上述算例计算了这2种应力状态下的安全系数,如表4所示。其中塑性本构用Drucker-Prager(D-P)准则,分别取Mohr-Coulomb准则的外接圆和内接圆,显然Mohr-Coulomb介于二者之间。

由表4可知,弹塑性应力状态下的安全系数K_{vs}比弹性应力状态下的稍小,这种应力状态下的安全系数相差很小。在大多数情况下用弹性应力状态和较粗的网格来计算安全系数足以满足工程精度要求。

表4 采用不同本构求解的沿各类滑动面的边坡稳定矢量和法安全系数

Table 4 Vector sum safety factors from various slip surfaces with different constitutive equations

滑动面类型	单元数	节点数	弹性		弹塑性 (D-P 外接圆)		弹塑性 (D-P 内接圆)	
			安全系数 K _{vs}	计算方向 θ/(°)	安全系数 K _{vs}	计算方向 θ/(°)	安全系数 K _{vs}	计算方向 θ/(°)
单直线	4274	4447	1.668	-18.43	1.666	-18.43	1.665	-18.43
双折线	2195	2324	1.091	-20.96	1.086	-21.16	-	-
三折线	2199	2328	1.101	-20.00	1.100	-20.33	-	-
任意曲线	2338	2467	1.073	-20.45	1.067	-21.01	-	-

注: “-”表示弹塑性分析不收敛。

9 三维抗滑稳定问题的矢量和与分析方法

三维问题的抗滑稳定性分析要比二维问题复杂得多。三维问题矢量和与分析方法是建立在已知研究对象真实应力状态的基础上的。

在各种荷载作用下和各种物理力学参数已知的情况下,考虑力的平衡和变形协调条件,采用数值分析方法、求取三维物体的应力状态已经非常容易,与80多年前极限平衡分析方法开始兴起时的情况已不可同日而语。正因为如此,抗滑稳定分析从极限平衡分析向比较精确的数值分析方法过渡应该是未来发展的必然趋势。笔者提出的三维矢量和与分析方法是以有限元三维分析方法作为手段,摒弃传统的强度折减概念,严格将力作为矢量并进行运算的基础上提出的一种全新的抗滑稳定安全系数的计算方法。当然,除有限元法以外,采用其他的数值分析方法如FLAC、DDA等也都适用于三维矢量和与分析方法。

9.1 三维矢量和分析方法的抗滑稳定安全系数定义

三维矢量和法安全系数的定义为：潜在滑动面上的总极限抗滑力矢在潜在滑动体的整体下滑趋势方向的负向上投影和总滑动力矢在潜在滑动体的整体下滑趋势方向上投影的比值。在该定义中，总滑动力矢为潜在滑动面上的剪力和法向力的矢量和；同理，总极限抗滑力矢为极限抗滑剪力和抗滑法向力的矢量和。

9.2 三维矢量和分析方法和抗滑稳定安全系数推导

由图 5 可知， σ_s 、 σ_t 、 σ_n 分别对应为潜在滑面上点 A 的应力矢量、剪应力、法向应力； \hat{n} 为点 A 切平面的单位法线(指向滑体外侧为正)； \hat{d} 为整体下滑趋势方向的单位矢量； S 为潜在滑面，则：

$$\sigma_s = \sigma \hat{n} \quad (19)$$

$$\sigma_n = (\sigma, \hat{n}) \hat{n} \quad (20)$$

$$\sigma_t = \sigma_s - \sigma_n \quad (21)$$

式中： σ 为点 A 的应力张量。

基岩上与点 A 对应的点 A' 作用于滑体的法向反作用力为

$$\sigma'_n = -\sigma_n \quad (22)$$

为方便公式推导，此处应力采用拉正压负的约定。矢量和法安全系数可表示为

$$K_{vs} = \frac{R}{T} \quad (23)$$

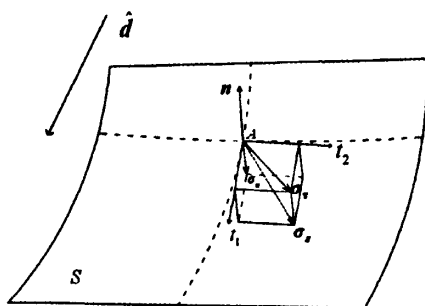


图 5 潜在滑面上点 A 的应力状态

Fig.5 Stress state of point A on a potential sliding surface

式中： R 为作用在面 S 上总抗滑力矢对整个潜在滑体下滑趋势方向 \hat{d} 的负方向上的投影， T 为作用在面 S 上总滑动力矢对整个潜在滑体下滑趋势方向 \hat{d} 上的投影。 R 、 T 分别为

$$R = \int_S \sigma'_t (-\hat{d}) ds \quad (24)$$

$$T = \int_S (\sigma_t \hat{d}) ds \quad (25)$$

其中，式(24)中极限抗滑应力矢量

$$\sigma'_t = \sigma'_s + \sigma'_n \quad (26)$$

若采用 Mohr-Coulomb 强度准则，则极限抗滑剪应力为

$$\sigma'_t = (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{d}_t \quad (27)$$

式中： \hat{d}_t 为面 dS 上单位极限抗滑剪应力方向(单位矢量)。

9.3 极限抗滑剪应力方向 \hat{d}_t 的确定方法

本文提出的 \hat{d}_t 确定方法是：单位极限抗滑剪应力方向 \hat{d}_t 与整体下滑趋势方向 \hat{d} 在点 A 切平面投影方向相反，为单位矢量。

9.4 \hat{d}_t 确定方法的依据

潘家铮^[17]提出了一个最大最小值原理，此原理表述如下：滑坡体如能沿许多个滑面滑动，则失稳时它将沿抵抗力最小的一个滑面滑动；当滑面确定时，滑坡体内的内力会自行调整，以发挥最大的抗滑能力。后来陈祖煜^[18]论证了该最大最小值原理。本文探讨的是一个固定潜在滑动面问题。根据潘氏原理，对于固定滑面，为了最大程度发挥滑面上的抗滑能力，滑面上各点抗滑剪应力方向应取为整体下滑趋势方向在该点切平面上投影方向的反方向。

9.5 关于潜在滑体整体下滑趋势方向 \hat{d} 的确定

在潜在滑面上，任一点都存在极限抗滑剪应力，基于“静摩擦力的方向总与物体间相对滑动趋势方向相反”的原理，定义潜在滑面上所有点的极限抗滑剪力的合力矢方向的反方向为整体下滑趋势方向^[19]，可表示为

$$\hat{d} = \frac{-\int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{d}_t ds}{\left\| \int_S (c - \sigma_n \tan \varphi) \hat{d}_t ds \right\|} \quad (28)$$

由上可知，滑面上任意点的抗滑剪应力方向由整体下滑趋势方向在其切平面上投影方向的反方向确定，而整体下滑趋势方向的求解则需已知各点的极限抗滑剪应力方向。两者之间存在隐式关系，通过分析可把当前应力状态下边坡潜在滑动面上各 dS 面剪力的合力矢方向作为整体下滑趋势方向的初值，即

$$\hat{d}_0 = \frac{\int_S \sigma_t ds}{\left\| \int_S \sigma_t ds \right\|} \quad (29)$$

式中： \hat{d}_0 为整体下滑趋势方向的初始单位矢量。

由 \hat{d}_0 可求得每一 ΔS 面上的 \hat{d}_t 的第一次试算值

\hat{d}_i , 代入(28)式则可得到 \hat{d}_1 , 利用迭代法求解, 最终可得到

$$\|\hat{d}_{i-1} - \hat{d}_i\| < \varepsilon \quad (30)$$

式中: ε 是迭代收敛标准, 一般取 $1.0e-4$, 如(30)式满足, 则整体下滑趋势方向 $\hat{d} = \hat{d}_1$ 。

9.7 三维问题抗滑稳定安全系数值的确定

已知整体下滑趋势方向 \hat{d} 之后, 根据式(23)~(27)可以得出三维问题的矢量和法抗滑稳定的安全系数 K_{vs} 。

10 三维矢量和分析方法算例与其他方法结果比较

为了验证矢量和分析方法在三维稳定分析中的合理性, 采用的算例为: Zhang^[20]研究中的椭球体滑面算例, 包括2种情况。算例1为均质边坡, 潜在滑动面为一简单椭球体的一部分; 算例2中上部滑动面同算例1, 但其底部被一软弱夹层所切割。椭球体算例模型见图6。国内外很多学者都选择该算例来检验各自三维程序的合理性。算例3为岩石力学中的楔形体稳定性算例, 一些学者在开发三维边坡稳定程序时, 都将此作为考察对象, 算例3为几何非对称楔形体的情况。

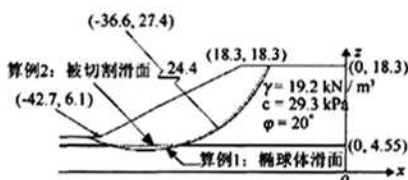


图6 椭球体算例模型^[18]
Fig.6 Model of ellipsoidal example^[18]

10.1 算例1

算例1为均质边坡, 潜在滑动面为一简单椭球体的一部分(见图6)。外荷载只考虑重力的作用, 采用 Mohr-Coulomb 强度准则的理想弹塑性本构; 侧面法向位移约束, 底面固定。模型三维网格图和椭球体滑面分块图如图7所示。

图8为算例1中矢量和法安全系数随滑面二次单元数的变化曲线。二次单元指的是在进行有限元应力计算时所采用的单元类型。同时考虑了边坡体弹性与弹塑性两种状态。

弹性状态时滑面上单元网格数为7094时的计

算过程见表5。矢量和法得到的整体下滑趋势方向随滑动面上单元数的变化规律见表6。其他分析方法和矢量和分析方法所得到的安全系数见表7。表6表明潜在滑动体下滑方向基本都在 $y=0$ 的平面内。

由图8可知, 算例1在弹性与弹塑性两种应力状态下得到的矢量和安全系数基本一致, 且弹性状态时得到的稍大, 为2.04。由表7可知, 矢量和方

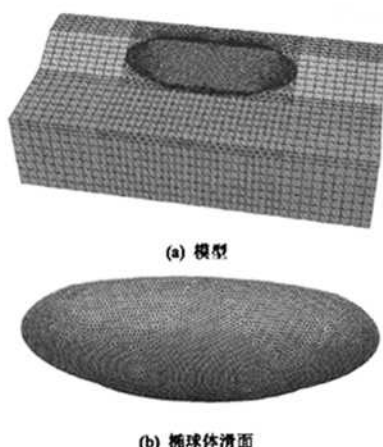


图7 算例1模型与椭球体滑面网格图
Fig.7 Mesh diagrams of model and ellipsoidal sliding surface example 1

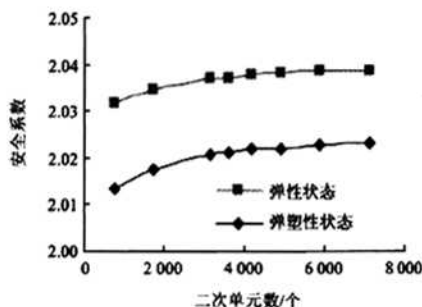


图8 算例1中矢量和法安全系数随滑面二次单元数的变化曲线

Fig.8 Change curves of vector sum safety factors with different quadratic element numbers in example 1

表5 算例1矢量和法计算过程

Table 5 Iterative process of vector sum method in example 1

赋值情况	矢量和法安全系数 k	整体下滑趋势方向 \hat{d} / (°)		
		α	β	γ
初始值	2.302	-16.56	-89.99	-73.43
确定值	2.042	-21.33	-90.00	-68.68

注: α , β , γ 分别为整体下滑方向 \hat{d} 与全局坐标轴 x , y , z 轴之间的夹角, 其中“+”表示整体下滑方向 \hat{d} 与各正轴之间的夹角, “-”号表示整体下滑方向 \hat{d} 与各负轴之间的夹角。

表6 边坡整体下滑趋势方向角随单元数目的变化规律
Table 6 Changes in whole sliding trend directions of slope with different element numbers on sliding surface in example 1

单元数	α	β	γ
784	-21.31	90.0	-68.69
1760	-21.0	89.99	-69.0
3136	-21.11	89.97	-68.89
3610	-21.33	90.00	-68.67
4184	-21.33	90.00	-68.67
4912	-21.25	89.99	-68.75
5864	-21.33	-90	-68.67
7094	-21.26	-89.98	-68.74

表7 算例1 不同方法下的边坡安全系数

Table 7 Safety factors of different 3D analysis methods in example 1

X. Zhang ^[20]	H. Zheng ^[3]	Z. Y. Chen 等 ^[21]	STAB ^[16]	矢量和法
2.122	2.140	2.262	2.188	2.042

法得到的安全系数稍小, 但是合理的。

10.2 算例2

椭球体被一非连续面所切割, 其他情况与算例1相同。图9为椭球体被切割后的潜在滑动面图。矢量和法安全系数随线性单元数的变化曲线见图10。



图9 椭球体被切割后的滑动面
Fig.9 Cutting sliding surface in example 2

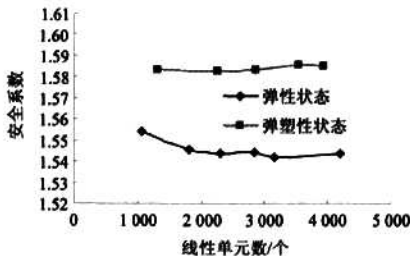


图10 算例2中矢量和法安全系数随滑面一次单元数的变化曲线

Fig.10 Change curves of vector sum safety factors with different quadratic element numbers in example 2

表8 算例2 不同方法的边坡安全系数

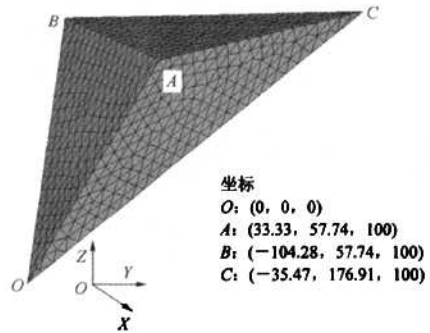
Table 8 Safety factors of different 3D analysis methods in example 2

X. Zhang ^[20]	Hunge ^[16]	Lam and Fredlund ^[16]	Lam and Tsai ^[16]	STA B-3D [16]	Upper bound ^[21]	郑宏 ^[1]	矢量和法	
							弹性状态	弹性状态
1.553	1.620	1.603	1.658	1.640	1.717	1.690~1.706	1.585	1.545

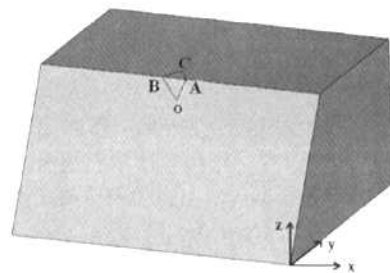
不同方法和矢量和法得到的结果见表8。使用矢量和法在弹性状态时得到的安全系数约为1.585, 弹塑性状态时得到的矢量和法安全系数约为1.545, 与X. Zhang^[20]得到的安全系数最为接近。

10.3 算例3

岩石力学中的楔形体稳定是一个典型的三维边坡稳定问题, 算例3为一个非对称楔形体算例^[22], 对于简单的楔形体, 三维极限平衡法都有其解析解, 这些方法都包含一个假定, 即底滑面上的剪力平行于交棱线。算例3的楔形体几何形状与计算模型如图11所示。该楔形体算例3中, 左结构面OBC与右结构面OAC采用相同的抗剪强度指标, 即: $c = 0.05$ MPa, $\phi = 30^\circ$, 岩石容重为 26 kN/m^3 。模型中为了



(a) 楔形体几何形状



(b) 计算模型

图11 算例3的楔形体几何形状与计算模型图

Fig.11 Wedge geometry and calculating model in example 3

消除边界效应的影响,各坐标轴的范围为 $X \in [-800, 800]$, $Y \in [-400, 1000]$, $Z \in [-700, 100]$ 。应力状态取弹性状态,弹性模量和泊松比分别为 8×10^{10} Pa 和 0.3。边界条件定义为:除楔形体坡面和顶面为自由面外,其他侧面均为法向约束;底面固定。

运用矢量和方法得到的安全系数为 1.654,该算例三维极限平衡解析解为 1.640,2 种方法得到的安全系数十分吻合。

11 矢量和分析法在重大工程中的应用

三峡水利枢纽是我国也是世界上最大的水利、航运和水力发电工程。图 12 为三峡水利枢纽鸟瞰图。地面厂房分设在溢洪坝段的两侧,是坝后式厂房,分别为左、右水力发电厂,简称左厂和右厂,前者有 14 台机组(1[#]~14[#]),后者 12 台机组(15[#]~26[#]),每台机组发电功率为 760 MW。



图 12 三峡水利枢纽鸟瞰图

Fig.12 Bird's view of the Three Gorges Project

三峡大坝坝址区河谷开阔,两岸岸坡较平缓,枢纽建筑物基础为坚硬完整的花岗岩体,总体上地质地形条件优越。但在局部坝段,由于断续缓倾角结构面相对发育,工程地质条件较为复杂。三峡工程右厂 24[#]~26[#]坝段,岩体内倾向下游的缓倾角裂隙相对较发育。24[#]~26[#]坝基岩体内长缓倾角结构面的优势产状为走向 $0^\circ \sim 50^\circ$,倾向 SE,向下游的倾角为 $25^\circ \sim 35^\circ$,缓倾角结构面均为硬性结构面,数条缓倾角裂隙成组出现,构成缓倾角裂隙密集带,厚 5~6 m,裂隙间距 0.5~1 m。24[#]~26[#]坝基岩体内断层规模较小,断层多以 NE~NNE 走向为主,NW~NWW 走向次之,大多数构造岩胶结较好。24[#]~26[#]坝段岩基为缓倾角裂隙相对发育区。大坝建基面高程 80~90 m,坝后厂房最低坝基高程

21.5 m。该坝段及厂房建在高陡边坡之上,因此坐落在高陡边坡上的建筑物存在沿边坡岩体缓倾角结构面滑动的稳定性问题。24[#]~26[#]坝段抗滑稳定问题如同左厂 1[#]~5[#]坝段一样,其深层抗滑稳定问题是三峡工程重大的工程技术问题之一。

11.1 矢量和分析法对 26[#]坝段深层抗滑稳定问题进行研究的计算模型、参数及计算条件

(1) 三维计算模型

三峡工程右厂大坝 26[#]坝段三维模型范围包含砼坝、坝基、厂房 3 部分,其中,上游建基面(高程 90 m)以下取 210 m,建基面(高程 90 m)以上取大坝的全部,下游建基面(高程 50 m)以下取 170 m,顺流向以坝轴线为分界线向上游取 200 m,向下游取 400 m;26[#]坝段坝宽 49.4 m,整体计算几何模型见图 16(a)。根据长江水利委员会设计院提供的 26[#]坝段地质资料,在建立三维地质实体模型时,具有重要影响的长缓倾角断续结构面和断层均按照其真实的产状和空间分布面积纳入计算模型中,26[#]坝段内有 7 条结构面,有限元模型中将结构面按实体薄层单元模拟,如图 14 所示,结构面参数见表 9。由于实际的厂房结构存在尾水管等构筑物,以往将厂房用一实体混凝土块来模拟的方法与实际不符,显然会不恰当地夸大右厂 26[#]坝段的抗滑稳定系数。因此,本次计算对厂房和尾水管的结构进行了较符合实际的合理简化,采用中间挖空的混凝土块来模拟厂房和尾水管,这样将会提高计算结果的可靠性。计算模型中所用的单元类型均为等参六面体单元及其退化单元(四、五面体单元),整体有限元网格计算模型如图 15 所示,共划分单元 47 259 个,节点 12 590 个。主要断层节理及潜在的滑移路径如图 16 所示。

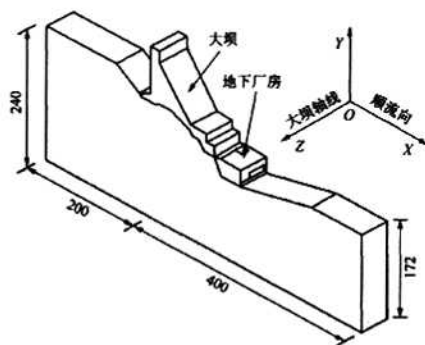


图 13 26[#]坝段几何模型(单位: m)

Fig.13 Geometric model of dam foundation #26(unit: m)

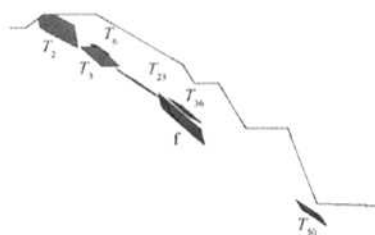
图 14 26[#]坝段坝基结构面空间分布

Fig.14 Spatial distribution of structures in dam foundation #26

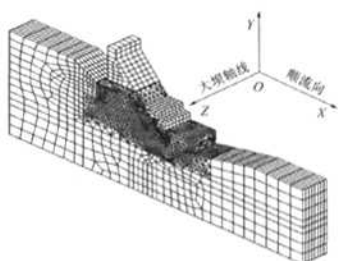
图 15 26[#]坝段有限元模型

Fig.15 Finite element model of dam #26

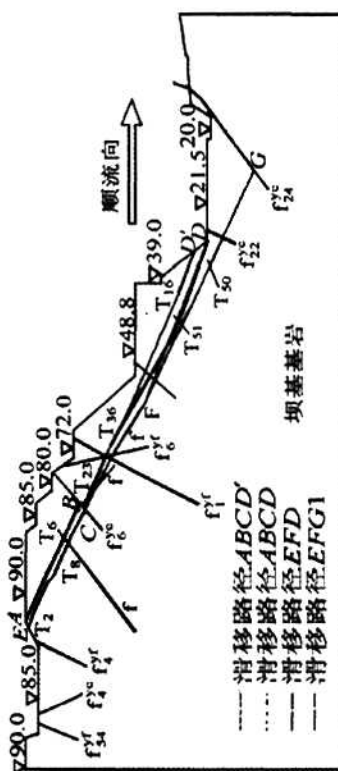
图 16 26[#]坝段坝基典型剖面上主要断层节理及潜在的滑移路径

Fig.16 Main faults, joints and potential slip paths in classical section of #26 dam foundation

表 9 坝基各空间结构面参数
Table 9 Parameters of structures in dam foundation

裂隙编号	长度/m	产状
T ₂	18.5	96°∠36
T ₆	5~10	118°∠30
T ₈	10~15	96°∠33
T ₂₃	15~20	130°∠29
T ₃₆	10~15	123°∠34
T ₅₀	10~15	119°∠33
f	20~25	118°∠40

(2) 材料参数及计算条件

有限元计算所用的材料参数见表 10, 由长江勘测规划设计研究院提供。

表 10 材料计算参数表
Table 10 Calculating parameters of the materials

材料参数	弹性模量 /GPa	容重 /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	泊松比 μ	抗剪断强度	
				f	c/MPa
坝体混凝土	26	24.5	0.167	1.1	3.0
微风化岩体	35	27.0	0.22	1.7	2.0
结构面				0.7	0.2
断层	10	26.0	0.28	0.9	0.8

26[#]坝段平面模型有限元网格如图 17 所示。

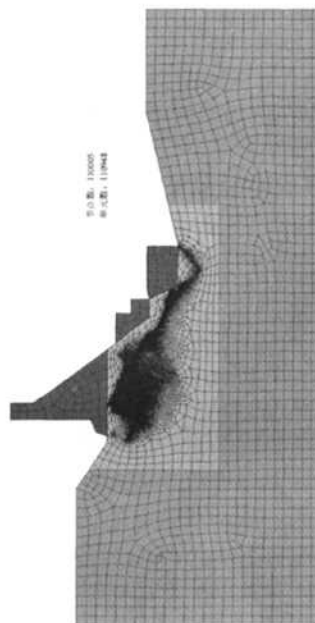
图 17 26[#]坝段平面模型有限元网格

Fig.17 2D finite element mesh of dam #26 and its foundation

本文考虑坝基所受的荷载有坝体和坝基岩体自重、上下游水压力、泥沙压力以及厂房等效压力等。坝体混凝土容重取 24.5 kN/m^3 ，岩体容重取 27.0 kN/m^3 ；水压力按库区正常蓄水时大坝上下游的特征水位施加，上游库水位为 175.0 m ，下游水位为 62.0 m ；坝前淤沙高程 106 m 。泥沙浮容重取 5.0 kN/m^3 ；根据长江勘测规划设计研究院的建议，厂房结构质量可按 33.1 t/m^2 均布荷载施加。

边界条件为：坝基底面边界采用固定支座模拟，上、下游的 2 个侧面边界采用限制侧向水平位移的滑动支座模拟。

11.2 26[#]坝段二维问题矢量和分析结果

根据 26[#] 坝段坝基内的 7 条结构面及断层分布，选取坝基内一代表性剖面，根据工程需要确定了可能的 4 条滑移路径，如图 17 所示。这 4 条潜在滑移路径分别为 $ABCD'$ 、 $ABCD$ 、 EFD 和 $EFGI$ 。该剖面 4 条滑移路径的二维矢量和计算结果见表 11。

表 11 二维矢量和计算结果

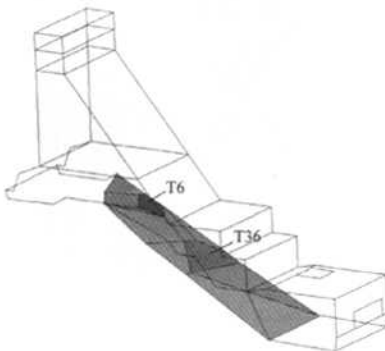
Table 11 Calculating results by 2D vector sum method

潜在滑移面	安全系数 $K(\theta)$	计算方向 $\theta(^{\circ})$
$ABCD'$	3.822 1	27.078 4
$ABCD$	4.384 3	28.617 7
EFD	3.823 8	28.565 8
$EFGI$	4.251 6	24.126 2

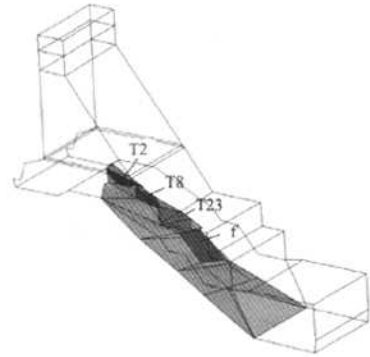
注：计算方向为整体下滑方向与顺流向 X 轴之间的夹角。

11.3 26[#]坝段三维问题矢量和分析结果

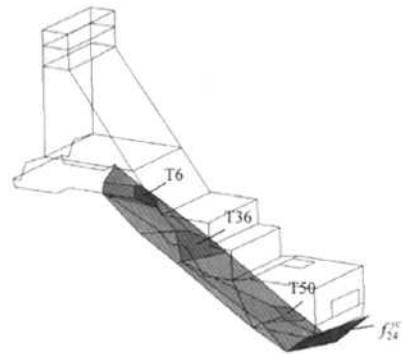
在三维矢量和分析中，三维滑移路径依据坝基内平面滑移路径，并结合坝基内结构面的空间扩展情况和三维有限元计算结果，确定了相对于平面滑移路径在坝基内扩展的三维滑移面，分别称为三维滑移面 1~4，如图 18 所示。



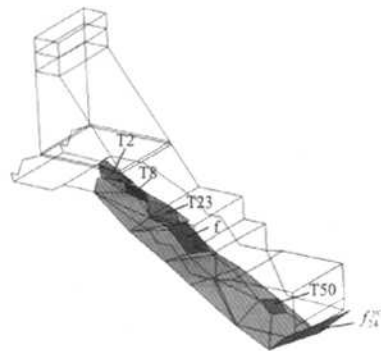
(a) 三维滑移面 1



(b) 三维滑移面 2



(c) 三维滑移面 3



(d) 三维滑移面 4

图 18 26[#]坝段坝基内的 4 个三维滑移面

Fig.18 Four 3D sliding surfaces in #26 dam foundation

26[#]坝段坝基内三维实体可通过有限元方法得

到其在当前外荷载作用下的应力状态, 而坝基内各潜在滑移面可通过应力插值的方式得到滑移面上任意一点的应力值。从而无需改动三维实体模型, 只要根据实际地质条件, 连接坝基内可能的潜在滑移面, 就可得到对应滑移面的整体下滑趋势方向和矢量和法安全系数。针对确定的 4 种滑移面, 根据三维矢量和理论, 4 个三维滑移面的三维矢量和法计算结果见表 12。

表 12 4 个三维滑移面的三维矢量和法计算结果
Table 12 Calculating results of four 3D sliding surfaces by vector sum method

潜在三维滑移面名称	安全系数	计算方向 $\theta(^{\circ})$		
		上下游方向	竖向	大坝纵向(偏向 25° 坝段)
滑移面 1	3.92	33.25	56.74	89.67
滑移面 2	4.24	31.71	59.30	82.83
滑移面 3	5.57	34.25	58.75	77.39
滑移面 4	5.29	36.39	58.91	73.02

注: 计算方向为整体下滑方向与各坐标轴之间的夹角。

11.4 小结

众所周知, 目前较为常用的三维边坡和坝基抗滑稳定分析方法为极限平衡法和有限元强度折减法。三维极限平衡法无法考虑研究对象的变形, 仅依据刚体平衡来计算抗滑安全系数, 且计算过程较二维极限平衡更为复杂; 而有限元强度折减法是通过对材料的强度参数不断折减, 达到极限状态时的折减系数即为抗滑安全系数, 该方法与划分的有限元网格、材料的本构关系、计算收敛准则等有很大关系, 在三维强度折减计算中有的因素对计算结果很敏感, 需要做进一步的研究。三维矢量和法是从一个新的视角考察边坡和坝基的抗滑稳定性问题, 安全系数定义清晰, 物理力学意义明确, 计算过程简单, 在三维抗滑稳定分析中优势更加突出, 无需改动三维实体模式, 只需指定三维滑移面位置, 通过应力插值就可以求解出矢量和法安全系数; 三维极限平衡法对于一个固定的滑移面位置, 要根据滑移面位置修改模型, 然后才可以计算安全系数, 其前处理过程相当繁琐; 有限元强度折减法还存在一个问题, 即计算时间问题, 矢量和分析法比其快速得多。

12 动力荷载作用下的边坡稳定矢量和分析

在边坡动力稳定分析中, 其核心问题是如何评价在动力荷载作用下边坡的稳定性。

在边坡静力或动力分析中, 只要已知边坡体在当前动力荷载作用下的应力状态, 矢量和法即可迅速地求解得到其稳定性安全系数。

在矿山边坡开挖爆破方面, 笔者与同行们曾于 2007 年采用矢量和法解决黄麦岭磷矿边坡问题并获得很好的结果, 以往用拟静力法分析此案例得出的安全系数远远小于 1.0, 而采用矢量和法得到的边坡安全度符合要求, 矿山边坡很稳定, 与客观实际情况相符^[13]。

为了说明矢量和法在边坡地震荷载作用下的应用, 在此举一算例对其动力稳定性状态进行矢量和分析。

12.1 动力有限元计算方法和原理

动力与静力有限元法原理一样, 需把研究对象离散为有限个数的单元体。在动力荷载作用下, 在物体的动力平衡方程中, 除考虑动荷载作用外, 还要考虑结构的惯性力和阻尼力等因素的影响。在动力有限元分析中, 其动力平衡方程可表示为

$$[M]\ddot{\bar{u}} + [C]\dot{\bar{u}} + [K]\bar{u} = [M]\ddot{\bar{x}}_g \quad (31)$$

式中: $[M]$ 为结构的整体质量矩阵; $[C]$ 为结构的阻尼矩阵; $[K]$ 为结构的整体刚度矩阵, 动力问题的刚度矩阵与静力问题相同; $\ddot{\bar{x}}_g$ 为施加到结构上的各节点的地震动加速度向量; \bar{u} 为结构上各单元节点的位移矢量;

结构的阻尼矩阵 $[C]$ 与质量矩阵 $[M]$ 和刚度矩阵 $[K]$ 不同, 它不是由单元阻尼矩阵经过集合得到的, 而是根据已有的实测资料, 由震动过程中结构的整体能量消耗来决定阻尼矩阵的近似值。由于目前结构的能量耗散机制尚不成熟, 通常采用瑞利 (Rayleigh) 阻尼来近似计算, 即

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (32)$$

式中: α , β 为阻尼常数, 可由下式求得:

$$\alpha = \frac{2w_i w_j}{w_i + w_j} \xi, \quad \beta = \frac{2\xi}{w_i + w_j} \quad (33)$$

式中: w_i , w_j 分别为结构对应的 2 个自振频率; ξ 为结构的阻尼比。一般根据振型分析结果, 采用贡献较大且与振型相应的自振频率和阻尼比计算 α ,

β 值。

和静力分析相比较,由于平衡方程中引入了惯性和阻尼力,最后得到的求解方程不是代数方程组,而是常微分方程组。对于动力有限元分析中的二阶常微分方程,一般有两类求解方法:直接积分法和振型叠加法。直接积分法是直接对运动方程进行积分,其优点是不需要求解系统的自振频率和振型就可以直接计算系统各个时段的响应,也不受荷载的复杂性和系统是否非线性的影响;振型叠加法首先求解无阻尼的自由振动方程,然后用求解得到的特征向量对运动方程式(31)进行变换,最后对各个自由度的运动方程进行积分并叠加,从而得到问题的解。振型叠加法多用于求解线性动态问题,而对非线性系统的动力计算,普遍采用的方法是逐步直接积分法。

12.2 地震荷载作用下边坡体矢量和分析过程

由于动力有限元法不但可以应用总应力法,而且还是有效应力法的基础,可以考虑复杂地形、岩土体的非线性、非均质性、弹塑性及土中孔隙水等因素的影响,能够深入分析岩土体的自振特性及各部分的动力反应,因此在地震荷载作用下,采用动力有限元法可求解得到地震动每一时刻边坡体的动应力状态。针对每一时刻的动应力状态,采用本文前面论述的矢量和法进行稳定性分析,从而可得到边坡体在地震荷载作用过程中的安全系数时程曲线,进而对边坡体在地震荷载作用下的安全性进行评价。

在边坡体动应力状态的基础上,采用矢量和法可求解得到边坡体滑面在每一时刻的安全系数和整体下滑趋势方向。在地震荷载作用下边坡体的矢量和分析过程如图19所示。

12.3 边坡算例

动力与静力有限元计算除计算方法不同外,在模型边界的处理上也明显不同。在本例中采用无限元作为边界。动力计算若采用固体边界(除非有限区域足够大),向外传播的应力波在边界处会反射回模型,引起失真的扰动,这不是真实的情况。为了解决这个问题,在动力有限元计算时可采用无限元边界^[23-24]。无限元除了能模拟远场吸收地震波能量这一实际情况以外,还能够正确模拟无穷远处位移为0的边界条件,此外,采用无限元能够大量削减单元的数量,节省计算时间。该算例的有限元-无限

元动力分析模型如图20所示,其中网格单元数为1566个,节点数1715个。无限单元类型为平面应变无限四边形单元(CINPE4)。边坡的几何形状及临界滑面位置,如图21所示,图中的滑面位置由极限平衡 Morgenstern-Price 法搜索确定。土体材料参数见表13。

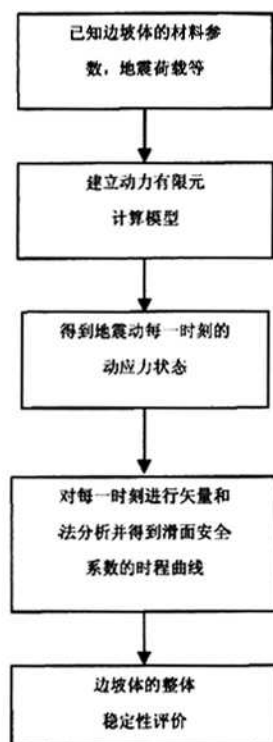


图19 地震荷载作用下边坡体的矢量和法分析过程
Fig.19 Analytic process of vector sum method of slope under seismic load

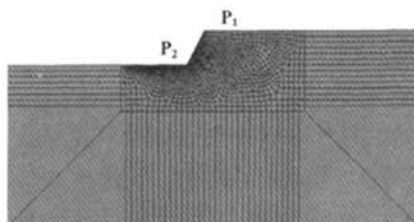


图20 整体离散网格(有限元-无限元)
Fig.20 The global meshes (Finite element-infinite element)

该算例采用了1940年美国帝国谷 EI-CENTRO 地震(SN向,震级 $M=6.7$,震中距为9.3 km,最大加速度为 2.49 m/s^2 ,持续时间为25 s)中的加速度时

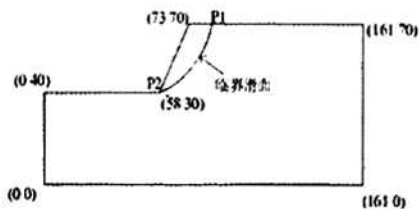


图 21 边坡几何形状及滑面位置图

Fig.21 The geometric configuration and slip surface of slope

表 13 土体材料参数表

Table 13. Parameters of soil materials

c/kPa	$\phi /(^{\circ})$	$\gamma/(kN \cdot m^{-3})$	E/GPa	μ
80	30	22.0	1.375	0.25

程作为输入地震动, 见图 22。考虑地震动荷载中最危险的一种情况, 即从有限区域底部输入同等量值的 x 向地震加速度时程模拟水平致动的剪切波和 y 向地震加速度时程模拟竖直扰动的纵波。土体材料的阻尼系数 α , β 由该模型振型分析结果得出, 这里选取材料的临界阻尼比为 0.05。

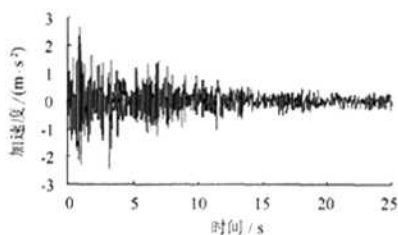
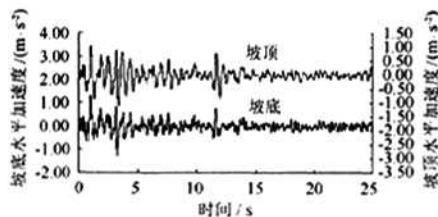


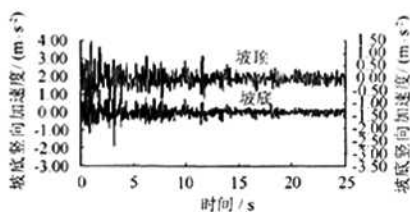
图 22 EI-CENTRO 地震 SN 方向加速度时程曲线

Fig.22 Time-history curves of acceleration in S-N direction of EI-CENTRO earthquake

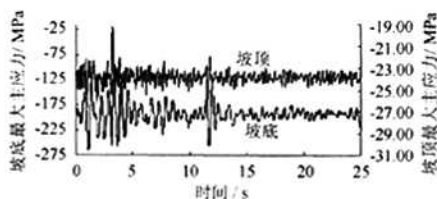
根据上述的边坡动力时程分析结果, 边坡临界滑面坡顶 P1 点和坡底 P2 点的加速度时程曲线如图 23(a), (b) 所示; 最大主应力、最小主应力时程曲线如图 23(c), (d) 所示。



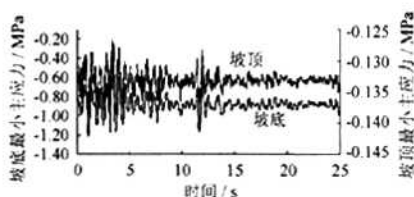
(a) 水平加速度



(b) 竖向加速度



(c) 最大主应力



(d) 最小主应力

图 23 边坡体临界滑面坡顶和坡底处时程曲线图

Fig.23 Time-history curves at the crest and the toe of critical slip surface

由动力有限元计算得到的边坡体动态响应曲线图 23 知, 对于该均质边坡算例, 边坡体在地震动各时刻的应力响应规律是不同的。实际上, 对于复杂的边坡体, 坡体内任一点在地震动荷载作用下的动态响应规律都是不同的。因此, 在边坡动力分析中不能简单的采用拟静力法进行边坡动力稳定性分析, 这不符合天然地震波动特性及岩土体材料的动力特性。

根据矢量和法, 在动力有限元计算得到边坡动应力状态的基础上, 整个边坡体抗滑合力矢和下滑合力矢的大小随地震动的响应规律如图 24 所示; 其安全系数和整体下滑趋势方向的时程曲线见图 25。

由图 25 可知, 该算例在地震荷载作用下的最大安全系数为 1.5339, 下滑方向与水平方向夹角为 44.22° , 对应时刻为 3.3s; 最小安全系数为 1.1518, 下滑方向与水平方向夹角为 41.55° , 对应时刻为 1.9s。

以上只是简单介绍地震荷载作用下边坡矢量和分析概况, 详情参见参考文献[25]。

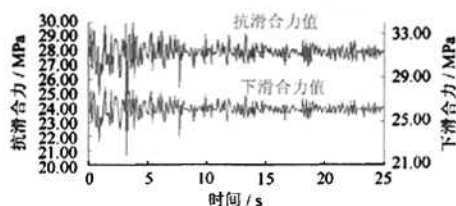


图 24 边坡滑体整体受力动态响应规律
Fig.24 The seismic responses of whole slope slide

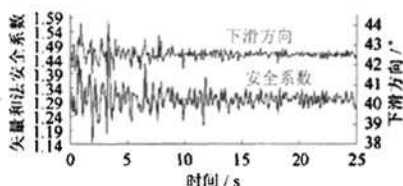


图 25 动力矢量和法时程曲线图
Fig.25 Time-history curves of vector sum method under seismic load

13 结论

(1) 坝基与边坡等工程问题的抗滑稳定分析方法研究是一项相对“古老”的课题, 但又十分重要, 因为它与工程建设关系密切。值得深入研究和作进一步改进。

(2) 当前, 强度折减条件下进行极限平衡分析求取抗滑稳定安全系数的做法还相当普遍。随着数值分析方法的日益普及, 寻求潜在滑坡体及潜在滑动面上的真实应力状态已不成问题。因此, 采用有限元分析结合强度折减的做法也日益增多。

(3) 以强度折减为基础求取抗滑稳定安全系数的做法存在许多值得商榷之处。需要指出的是, 它是以一种虚拟状态的结果来评价当前状态的抗滑稳定安全系数, 其科学性和合理性值得探讨。

(4) 根据力是矢量这一基本性质, 从研究对象当前受力状态和材料真实物理力学参数出发, 将潜在滑动面上可激发出的极限抗滑力矢与滑动力矢在潜在滑动体的滑动趋势方向的投影之比作为抗滑稳定安全系数的定义, 并构成了本文平面问题和三维问题的矢量和分析方法的基础。

(5) 从平面问题和三维问题的算例可以看出:

① 标准考题的验算结果、矢量和与分析结果与几种有关的极限平衡分析结果是很接近的, 矢量和与分析方法的结果是合理和可信的。

② 现行的行业标准都是按照极限平衡分析来制定许用安全系数, 这些行业标准也同样可以适用于矢量和与分析结果。

(6) 矢量和与分析方法具有如下优点:

① 考虑了力是矢量这一基本原则, 抗滑稳定安全系数计算公式物理意义明确。

② 平面问题矢量和与分析方法的计算公式是显式, 不需要迭代求解, 不存在收敛性问题。

③ 也可用其它数值分析方法如 FLAC、DDA 等与矢量和与分析方法配套使用。在采用极限平衡分析时如果需要也可以使用矢量和与方法中的计算公式^[26], 可见矢量和与分析法可以使用的范围十分广泛。

④ 用有限元法与矢量和与方法配套使用时所得的结果对单元划分尺寸并不敏感。

⑤ 用有限元法与矢量和与方法配套使用时, 在弹性应力状态或弹塑性应力状态下得到的应力场对抗滑稳定安全系数的影响很小。

⑥ 矢量和与方法计算公式简洁, 抗滑稳定安全系数的物理意义明确, 且容易编制程序, 容易被工程技术人员掌握和应用。

(7) 采用有限元和矢量和与方法在三维问题分析中可以形成一套快速和简便的分析方法, 与其他方法相比在求取抗滑稳定安全系数时具有显而易见的优越性。

(8) 边坡和坝基等工程问题的抗滑稳定安全系数矢量和与分析方法是一种全新方法, 值得进一步研究、发展和推广。

致谢 写作过程中得到李春光博士、郭明伟博士、刘艳章博士、侯明勋博士的帮助, 在此深表谢意!

参考文献(References):

- [1] FELLENIUS W. Erdstatistisch berechnungen[M]. Berlin, 1939.
- [2] 郑宏, 谭国焕, 刘德富. 边坡稳定性分析的无条分法[J]. 岩土力学, 2007, 28(7): 1285 - 1291. (ZHENG Hong, THAM Leslie George, LIU De-fu. A slice-free method for stability analysis of slopes[J].

- Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(7): 1285 - 1291. (in Chinese))
- [3] 郑宏. 严格三维极限平衡法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8). (ZHENG Hong. A rigorous three-dimensional limit equilibrium method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1529 - 1537. (in Chinese))
- [4] DUCAN J M. State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1996, 122(7).
- [5] 郑宏, 田斌, 刘德富, 等. 关于有限元边坡稳定分析中安全系数的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2225 - 2230. (ZHENG Hong, TIAN Bin, LIU De-fu. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 24(13): 2225 - 2230. (in Chinese))
- [6] 丰定祥, 吴家秀, 葛修润. 边坡稳定性分析中几个问题的探讨[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(3): 1 - 9. (FENG Ding-xiang, WU Jia-xiu, GE Xiu-run. Some Problems of Slope Stability Analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(3): 1 - 9. (in Chinese))
- [7] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 葛修润. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626 - 628. (ZHENG Hong, LI Chun-guang, GE Xiu-run. Finite element method for solving the factor of safety[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(5): 626 - 628. (in Chinese))
- [8] 郑颖人, 赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. 土木工程学报, 2005, 38(1): 91 - 98, 104. (ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Limit state finite element method for geotechnical engineering analysis and its applications[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(1): 91 - 98, 104. (in Chinese))
- [9] 中国科学院武汉岩土力学研究所. 岩质边坡稳定性的试验研究与计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 1981. (Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese academy of sciences experimental study on rock slope stability analyses and calculation methods[M]. Beijing: Science Press, 1981. (in Chinese))
- [10] 唐芬, 郑颖人. 边坡稳定安全储备的双折减系数推导[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2007, 26(4): 95 - 100. (TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Analysis on safety reserve of slope with two strength reduction factor [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science), 2007, 26(4): 95 - 100. (in Chinese))
- [11] 葛修润. 用 PC 型微机对岩体工程课题进行有限元分析[C]//第一届全国计算岩土力学研讨会论文集. 峨嵋: 西南交通大学出版社, 1987. (GE Xiu-run. The finite element analysis on rock mass and engineering with PC[C]// Proceedings of symposium on the 1st National Computational Mechanics on Rock and Soil. Emei: Southwest Jiaotong University Press, 1987. (in Chinese))
- [12] GE Xiu-run, FENG Ding-xiang, GU Xian-rong, et al. Stability and deformation analysis of complex rock foundations of several large dams and hydropower stations in China[C]// Proceedings of International Workshop on Rock Foundation, 1995.
- [13] 刘艳章. 边坡与坝基抗滑稳定的矢量和分析法研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2007. (LIU Yan-zhang. Vector sum analysis method of slope and dam foundation stability against sliding [D]. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2007. (in Chinese))
- [14] 刘艳章, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量法安全系数的边坡与坝基稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 26(10): 2130 - 2140. (LIU Yan-zhang, GE Xiu-run, LI Chun-guang, et al. Stability analysis of slope and foundation based on vector method safety factor[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(10): 2130 - 2140. (in Chinese))
- [15] 葛修润. 岩石疲劳破坏的变形控制律、岩土力学试验的实时 X 射线 CT 扫描和边坡坝基抗滑稳定分析的新方法[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(1): 1-20. (GE, Xiu-run. Deformation control law of rock fatigue failure, real-time X-ray CT scan of geotechnical testing, and new method of stability analysis of slopes and dam foundations. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(1): 1-20. (in Chinese))
- [16] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. (CHEN Zu-yu. Earth slope stability analyses-theory, method and programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003. (in Chinese))

- [17] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980. (PAN Jia-zheng. stability analyses of structures and landslides [M]. Beijing: Water Resources and Hydropower Press, 1980. (in Chinese))
- [18] 陈祖煜. 建筑物抗滑稳定分析中“潘家铮最大最小原理”的证明[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1998, 38(1): 1-4 (CHEN Zu-yu. On Pan's principles of soil and rock stability analysis [J]. Journal of Tsinghua University (Sci & Tech), 1998, 38 (1): 1-4. (in Chinese))
- [19] 郭明伟, 葛修润, 李春光 等. 基于矢量和方法的边坡稳定性分析中整体下滑趋势方向的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 577-583. (GUO Ming-wei, GE Xiu-run, LI Chun-guang, et al. Study on potential sliding direction in slope stability analysis based on vector sum method [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, Vol.31 (4): 577-583. (in Chinese))
- [20] ZHANG Xing. Three-dimensional stability analysis of concave slopes in plan view [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 114 (6): 658-671.
- [21] CHEN Zu-yu, Wang Xiao-gang, Haberfield C., et al. A three-dimensional slope stability analysis method using the upper bound theorem Part I: theory and methods [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2001, 38(3): 369-378.
- [22] 郭明伟, 葛修润, 李春光 等. 边坡和坝基抗滑稳定分析的三维矢量和法及其工程应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(1): 8-20. (GUO Ming-wei, GE Xiu-run, LI Chun-guang, et al. Three-dimensional vector sum method employed in slope and dam foundation stability analysis and its application to practical engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(1): 8-20. (in Chinese))
- [23] 葛修润, 谷先荣, 丰定祥. 三维无限元和节理无界元[J]. 岩土工程学报, 1986(5): 9-20. (GE, Xiu-run. Three-dimensional Infinite Domain Elements and Joint Infinite Domain Elements[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986(5): 9-20. (in Chinese))
- [24] 黄胜, 陈卫忠, 杨建平 等. 地下工程地震动力响应及抗震研究[J]. 岩石力学与工程学报, 28(3):483-490. (HUANG Sheng, CHEN Wei-zhong, YANG Jian-ping, et al. Research on earthquake-induced dynamic responses and aseismic measures for underground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(3):483-490. (in Chinese))
- [25] 郭明伟. 边坡与坝基抗滑稳定矢量和分析法的研究及工程应用[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2010. (GUO Ming-wei. Study on the vector sum analysis method of slope and dam foundation stability against sliding and its engineering application [D]. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences. 2010. (in Chinese))
- [26] 陈 锋. 基于矢量和法的边坡三维极限平衡稳定分析法及应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2008. (Chen Feng. A Limit Equilibrium Model for 3D Slope Analysis Based on Vector Sum Method and Application [D]. Zhejiang University, Hangzhou, 2008. (in Chinese))

葛修润院士发明地应力测试新方法在锦屏工地测试获得成功

由我国科学家提出的钻孔局部壁面应力全解除法(Borehole Wall Stress Relief Method, BWSRM)地应力测量新方法已在我国重大工程中得到应用, 与此新方法相配套的水平孔地应力测井机器人也已研制成功。

作者: 葛修润

作者单位: 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071 上海交通大学 岩土力学与工程研究所, 上海 200030

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Conference_7376929.aspx